

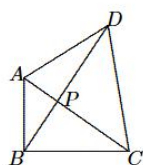
PROBLEMAS PARA ENTRENAMIENTO OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS

1. En una ciudad, don Cesar es dueño de cinco residenciales; tiene a cada uno enumerado del uno al cinco. En cada residencial existen 35 apartamentos, enumerados con tres dígitos. El primer dígito indica el número de residencial, los siguientes dos dígitos indican el número de apartamento (del 101 al 135 en el primer residencial, del 201 al 235 en el segundo residencial, y así sucesivamente). Para enumerar todos los apartamentos de los cinco residenciales, la cantidad de veces que se utiliza el número 2 es:

2. Hoy es domingo y Karla inicia la lectura de un libro de 290 páginas. Ella lee solo cuatro páginas cada día, excepto los domingos, ya que esos días lee exactamente 25 páginas. La cantidad mínima de días que le tomará a Karla leer el libro completamente es:

3. Si en el cuadrilátero $ABCD$ se tiene que $AD=BC$, $m\angle DAC=50^\circ$, $m\angle DCA=65^\circ$ y $m\angle ACB=70^\circ$, entonces $m\angle ABC$ es:

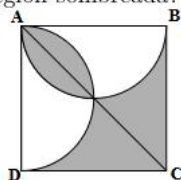
4. En la figura, las diagonales AC y BD del cuadrilátero $ABCD$ se interseccionan perpendicularmente en el punto P . Si el área de ABC es 7, el área de BCD es 12 y el área de BPC es 5, ¿cuál es el área del cuadrilátero $ABCD$?



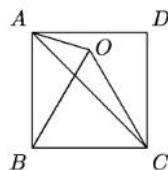
5. Hay 30 personas sentadas alrededor de una mesa redonda. Algunas llevan sombrero y otras no. Las que llevan sombrero siempre dicen la verdad. Las que no llevan sombrero siempre mienten. ¿Cuál es el máximo número de personas que pueden estar llevando sombrero si cada una de las personas dice: "Al menos una de las dos personas junto a mí no lleva sombrero."?

6. Notamos que $2022 = 2222 - 200$, es decir, 2022 es la diferencia entre un número de 4 cifras $\overline{aaaa}$ y un número de 3 cifras $\overline{abb}$ (en este caso con $a = 2$ y $b = 0$). De todos los números que se forman así se toman el mayor y el menor. ¿Cuál es la suma de esos dos números?

7. En la figura $ABCD$ es un cuadrado y los dos semicírculos tienen diámetros AB y AD . Si $AB = 2$, ¿cuál es el área de la región sombreada?



8. En la figura $ABCD$ es un cuadrado y OBC es un triángulo equilátero. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle OAC$?



SOLUCION 1

En cada residencial existen apartamentos que pueden contener: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32; es decir, el número 2 es utilizado 14 veces por cada residencial.

Como son 5 residenciales, el número 2 es utilizado $14 \cdot 5 = 70$ veces.
Sin embargo, en el residencial 2, se utiliza 35 veces en la posición de las centenas.

Luego, $70 + 35 = 105$ es la respuesta.

SOLUCION 2

Cada semana, iniciando en domingo y finalizando en sábado, Karla lee $25 + 4 \cdot 6 = 49$ páginas. Es decir, $290/49$ resultará 5 semanas completas. En estas 5 semanas Karla leerá 245 páginas, por lo que le faltarán de leer 45 páginas.

Por lo tanto, inicia domingo leyendo 25 páginas, quedando 20 pendientes. Considerando cuatro páginas diarias, restarán 5 días más para concluir.

Invertirá entonces 5 semanas y 6 días, para un total de 41 días.

SOLUCIÓN 3

Se tiene que la suma de las medidas de los ángulos internos del triángulo ADC es 180° .

Ahora $m\angle ADC = 180^\circ - (50^\circ + 65^\circ) = 65^\circ$.

El triángulo ADC es isósceles y $AC = AD$.

Como $AD = BC$ y comparten el lado AC, el triángulo ABC es también isósceles.

Resulta que $AC = AD = BC$.

Luego, $m\angle ABC = (180^\circ - 70^\circ) / 2 = 55^\circ$