La Secretaría de Educación Pública y Cultura del Gobierno del Estado de Sinaloa, la Coordinación General para el Fomento a la Investigación Científica e Innovación, el H. Ayuntamiento de Culiacán a través de la Secretaría de Bienestar, el Instituto Sinaloense de la Juventud, la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas A.C., Capítulo Sinaloa, con fundamento en lo dispuesto en los artículos 21, fracciones XVI, XVII y XXIX del Reglamento Orgánico de la Administración Pública del Estado de Sinaloa; 2, fracciones [illegible] y demás relativos de la Ley de Ciencia, Tecnología e Innovación del Estado de Sinaloa, los puntos [illegible] y demás relativos de las Reglas de Operación del Fondo Estatal de Apoyo a la Ciencia, Tecnología e Innovación del Estado de Sinaloa (FEACTIS). De acuerdo con el Plan Estatal de Desarrollo (PED) 2022-2027 y el Programa Especial de Ciencia, Tecnología e Innovación 2022-2027 en el sector, y para cumplir con los propósitos de CONFIE, publica la Convocatoria 2024 de la

12 OLIMPIADA ESTATAL DE MATEMÁTICAS

En la cual convoca a estudiantes de primaria y secundaria inscritos en el Sistema Educativo Estatal.

OBJETIVO: Desarrollar habilidades matemáticas tanto en docentes como en estudiantes de educación básica en el Estado.

BASES:

1. PARTICIPANTES:

Podrán participar alumnos del sistema educativo estatal que cursen su educación primaria nacidos después del 31 de agosto del año [illegible] y los que cursen su educación secundaria nacidos después del 31 de agosto de [illegible], inscritos en el ciclo escolar 2024-2025 en cualquiera de las modalidades educativas, en escuelas oficiales o particulares.

2. REQUISITOS ESPECÍFICOS QUE DEBERÁN CUMPLIR LAS Y LOS SOLICITANTES Y SUS PROPUESTAS PARA RECIBIR APOYOS DEL FEACTIS:

[illegible]

CATEGORÍAS:

[illegible]

3. REGISTRO:

[illegible] **30 de noviembre de 2024.**

4. ETAPAS:

I. INTRAMUROS (ESCUELA):

[illegible]

II. ZONA ESCOLAR:

[illegible]

III. PRESELECTIVO ESTATAL:

[illegible]

Región	Sede	Municipios
[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

IV. ETAPA ESTATAL:

[illegible]

5. CEREMONIA DE PREMIACIÓN:

[illegible]

5. RECONOCIMIENTOS:

[illegible]

6. GANADORES:

[illegible]

7. EL COMITÉ EVALUADOR:

[illegible]

Culiacán Rosales, Sinaloa, noviembre de 2024

Lic. [illegible] Félix Niebla
Secretaria de Educación Pública y Cultura

Dr. Carlos [illegible] Quiñones
Director General de la Coordinación General para el Fomento a la Investigación Científica e Innovación del Estado de Sinaloa

SEPyC CONFIE [illegible]

"La importancia de la narrativa en los procesos de construcción y validación de estrategias matemáticas"

A manera de análisis para concretar algunos aspectos sobre las construcciones de aprendizajes matemáticos, expondremos un análisis sencillo y breve sobre la importancia de los procesos narrativos elaborados por los alumnos donde manifiestan las estrategias de construcción de conceptos matemáticos.

Sfard, habla sobre la importancia de describir mediante discursos matemáticos en lugar de analizar objetos matemáticos. Comenta que uno de los métodos para prescindir del uso de los objetos es el cambio a otras estrategias como el dibujo y la enumeración de las piezas en la pizarra.

Al compartir de forma grupal las estrategias utilizadas por los estudiantes al resolver el problema planteado, permite que el resto del colectivo fortalezca, valide o rechace los propios,

La teoría de Sfard resuelve muchos dilemas que han molestado a la gente sobre teorías cognitivas participacionista y de grupo, tales como: ¿cómo pueden existir ideas, discursos y agrupaciones sociales más que en las mentes individuales? Proporciona información detallada análisis de cómo la gente participa en los discursos de las comunidades, al menos dentro del dominio de los discursos de matemáticas, tanto a nivel local e histórico. Se da cuenta de algunas formas básicas en las que surge el aprendizaje individual de las actividades de colaboración.

Indica cómo el significado (situado en el uso lingüístico) puede ser encapsulada en símbolos. Explica cómo los niños aprenden y que la creatividad es posible, al tiempo que sugiere maneras de crianza y estudia el aprendizaje.

Sfard nos ha hecho el gran servicio de llevar al "giro lingüístico" la filosofía del siglo XXI (especialmente Wittgenstein) en la ciencia del aprendizaje, elabora su perspectiva sobre el ejemplo de un reto de la educación matemática. Ella muestra la forma de ver los conceptos matemáticos y el aprendizaje del alumno como fenómenos discursivos en vez de objetos mentales.

Esta filosofía pone al descubierto el uso imperante de estrategias de redacción, donde se integre el dominio procedimental y de abstracción, mediante la manifestación lógica y coherente de procesos de resolución, así como el manejo de estrategias matemáticas.

Dentro de las exigencias para la interpretación de las narrativas descritas por los alumnos y colectivos, exige del docente un dominio pleno de los conceptos abordados, esto permite identificar si las estrategias planteadas son las más adecuadas.

Las connotaciones anteriores se observan en la discusión de Sfard sobre la perspectiva que debe permanecer en el investigador, define que es correcto que el análisis requiere la comprensión de los datos desde perspectivas distintas de las de los participantes, por ejemplo, al analizar las estructuras de la dinámica de interacción y las trayectorias individuales, su visión debe ser amplia y completa. Sin embargo, es importante diferenciar esta perspectiva analítica (que todavía entiende y se basa en su comprensión de la creación de significado). El analista debe entender primero el discurso con el fin de "explorar" desde el metadiscurso y ser competente para hacerlo.

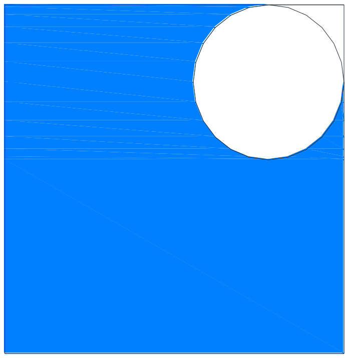
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

Mathematical Discourse as Group Cognition, *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing* (Sfard, 2008).

Material de apoyo para la olimpiada de matemáticas nivel segundo de secundaria

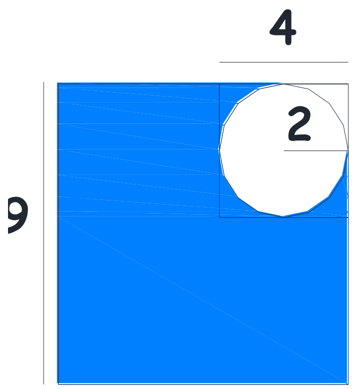
1. El Cuadrado tiene una longitud de 9cm. El círculo el cuál es tangente a dos lados del cuadrado tiene como radio 2 cm.

¿Cuál es el área de la región sombreada?



Solución:

Construimos un cuadrado con los lados de longitud 4 cm. En la esquina superior del cuadrado más grande, como se muestra en la figura.



El área de la región entre el pequeño cuadrado y el círculo es $16 - \pi 2^2\ cm^2$, así el área de la región no sombreada, en la esquina superior derecha es,

$$\frac{1}{4}(16 - 4\pi) = \frac{16}{4} - \frac{4\pi}{4} cm^2$$

$$\frac{16}{4} - \frac{4\pi}{4} = 4 - \pi$$

Luego el área de la región no sombreada en la figura es:

$$4\pi + (4 - \pi) = 3\pi + 4cm^2$$

Entonces el área de la región sombreada es:

$$81\pi - 3\pi - 4 = 78\pi - 4cm^2$$

2. En la sucesión siguiente, obtenga los siguientes dos términos, de la sucesión.

$$\frac{5}{3}, 2, \frac{11}{3}, \frac{17}{3}, \frac{28}{3}, 15, \frac{73}{3}, \frac{118}{3}, \frac{191}{3}, 103, \blacksquare, \blacksquare$$

Solución:

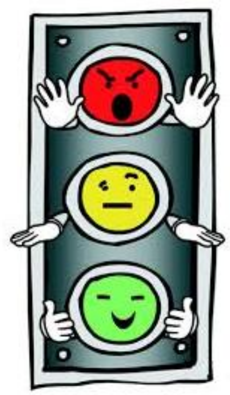
Los próximos dos términos son: $\frac{500}{3}$ y $\frac{809}{3}$

Es la sucesión de Fibonacci; por ejemplo:

$$\frac{191}{3} + 103 = \frac{191}{3} + \frac{3}{3}(103)$$

$$\frac{191}{3} + \frac{309}{3} = \frac{500}{3}$$

3. Un semáforo tarda 45 segundos en verde, 4 segundos en amarillo y 30 segundos en rojo, siguiendo ese orden. Si a las 7:00 a.m. el semáforo cambia a verde, ¿de qué color estará a las 2:34 p.m.?



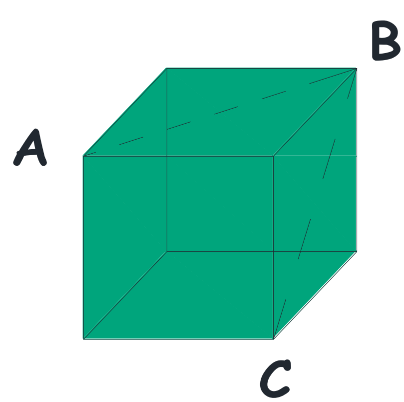
Solución:

Al momento de que el semáforo cambia a verde, tienen que transcurrir 79 segundos para que esto vuelva a ocurrir.

Si el semáforo cambia a verde a las 7 en punto, entonces han pasado 7 horas 34 minutos cuando den las 2:34 p.m.

Convirtiendo en segundos tenemos 7(3600) + 34(60) = 27240 segundos trascurridos.

Dividiendo entre 79 vemos que han pasado 344 ciclos de 79 segundos y aún sobran 64 segundos, si a éstos les quitamos los 45 segundos que tarda el verde y los 4 que tarda el amarillo nos quedan 15 segundos, por lo tanto el semáforo está en rojo.



4. Encuentra la medida del ángulo ABC formado por los segmentos punteados del cubo que está en la figura siguiente.

Solución:
Si se traza la diagonal AC, se forma un triángulo equilátero, entonces el ángulo ABC mide 60 grados.

5. Si ab = 3 y $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2$. ¿Cuál es el valor de $a^2 + b^2$?

Solución:

Tenemos que: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = 2$

De aquí que: $a + b = 2(ab) = 2(3) = 6$

$\Rightarrow (a+b)^2 = 6^2 = 36$

$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 36$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 36 - 2ab = 36 - 2(3) = 36 - 6$

$\Rightarrow a^2 + b^2 = 30$

6. Inés eligió cuatro dígitos distintos del conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8,9}. Formó con ellos todos los posibles números de cuatro dígitos distintos y los sumó. Si el resultado es 193314, ¿cuáles son los cuatro dígitos que eligió Inés?

Solución:

Sean a,b,c,d los cuatro números que eligió Inés.

Con ellos formó 24 números:

6 que inician con a

6 que inician con b

6 que inician con c

6 que inician con d

Observemos que cada número abcd lo podemos escribir como 1000a+100b+10c+d, luego al sumar los 24 números tendremos que:

6000a + 600a + 60a + 6a + 6000b + … + 6000d + 600d + 60d + 6d = 193314

6666(a + b + c + d) = 193314

a + b + c + d = 29

Luego, tenemos que buscar 4 dígitos entre 1 y 9 que sumados nos den 29.

Estos números son 9, 8, 7 y 5.

7. El terreno familiar es de forma circular de radio 200m. La parte central de radio 50m se destinó para recreación y una tercera parte del resto se va a cercar para sembrar. Si el costo de sembrar es de $20.00 por metro cuadrado y de cercar es de $50.00 el metro. ¿Cuánto se va a gastar?

Solución:

Área = $\frac{\pi 200^2 - \pi 50^2}{3} = \frac{\pi(200^2 - 50^2)}{3} = \frac{\pi 37500}{3} \cong 39269.9$

Costo de sembrar = 20(Área) ≅ 785398.1

Perímetro = $\frac{\pi 400 + \pi 100}{3} + 2(200 - 50) \cong 823.6$

Costo de cercar = 50(Perímetro) ≅ 41180

Costo Total ≅ 826578.1

8. Hay sesenta pájaros en las ramas de tres árboles. En cierto momento, del primer árbol se van 6 pájaros, del segundo 8 y del tercero 4. Y quedan la misma cantidad de pájaros en cada árbol. ¿Cuántos pájaros había en el segundo árbol al comienzo?

Solución

Sean

x = Número de pájaros en el primer árbol

y = Número de pájaros en el segundo árbol

z = Número de pájaros en el tercer árbol

Se sabe que:

$x + y + z = 60$

$x - 6 = y - 8 = z - 4$

Procedimiento

$x - 6 + y - 8 + z - 4 = x + y + z - 18 = 60 - 18 = 42$

$x - 6 = y - 8 = z - 4 = 42/3 = 14$

$y - 8 = 14$

$y = 14 + 8$

y = 22

9. Tres personas suben en la planta baja al ascensor de un edificio que tiene 5 pisos. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ir saliendo del ascensor si en ningún piso baja más de una persona?

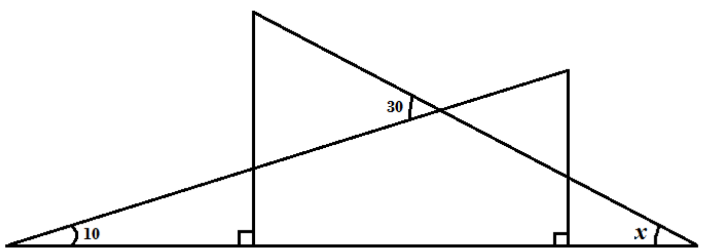
Solución:

Identificar el problema como un problema de combinatoria.

Elegir los tres pisos, donde se bajaran las 3 personas, de 5 pisos: $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!2!}$

Tomar en cuenta que si interesa el orden: 3!

10. Dada la siguiente figura, encontrar el valor de *x*.



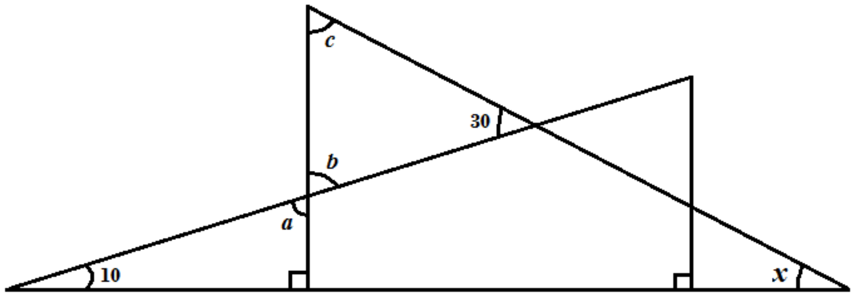
Solución:

Utilizar propiedades:

Suma de ángulos internos de un triángulo = 180

Ángulos opuestos por el vértice

Ángulos alternos internos y/o externos



$a = 90 - 10 = 80$
$b = a = 80$
$c = 180 - 30 - b = 180 - 30 - 80 = 70$
$x = 90 - c = 90 - 70 = 20$
$\underline{x = 20}$

11. Un grupo de seguidores del equipo de futbol Dorados contrató un autobús para seguir a su equipo. Si el autobús se hubiera llenado, cada uno habría pagado $140.00; pero quedaron 16 lugares vacíos y el viaje costó $180.00 para cada uno. ¿Cuántos lugares tenía el autobús?

Solución:

Modelo

Sea T el total de plazas del autobús

180(T-16) = 140T

Despeje

180T – 2880 = 140T

180T – 140T = 2880

40T = 2880

T = 72

12. Se tienen dos tipos de cafés: café tipo A y café tipo B. El café tipo A tiene un precio de $116.00 por kg, el café tipo B tiene un precio desconocido. Si mezclamos 11 kg del café tipo A con 9 kg del café tipo B, se obtiene una mezcla cuyo precio por Kg es $117.80 ¿Cuál será el precio de un kg del café tipo B?
Solución:

Modelo

Sea P el precio por kilogramo del café tipo B

Tenemos que:

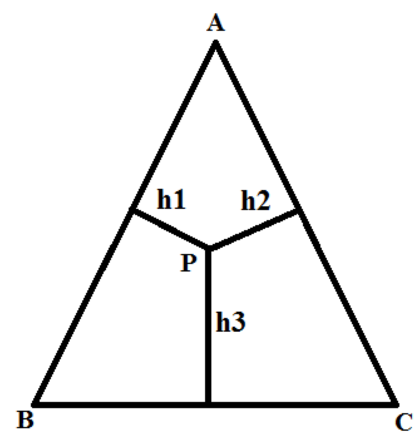
11(116) + 9(P) = 117.8(11+9)

1276 + 9P = 2356

9P = 1080

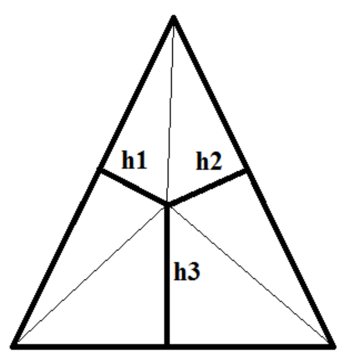
P = 120

13. Sea ABC un triángulo equilátero de lado 2 y P un punto cualquiera dentro del triángulo. Ahora, trazamos perpendiculares de P a cada uno de los lados del triángulo (h1, h2, h3), ¿cuánto mide la suma de las longitudes de estas perpendiculares?



Solución:

Llamemos h1, h2, y h3 a las perpendiculares desde P a cada uno de los lados del triángulo. Si trazamos las rectas que van de cada uno de los vértices del triángulo al punto P se forman tres triángulos cuyas áreas son 2h1/2=h1, 2h2/2=h2 y 2h3/2=h3.

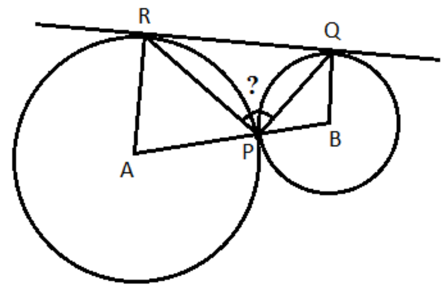


Pero la suma de cada una de las áreas es igual al área del triángulo ABC = $\frac{2\sqrt{3}}{2}$ = $\sqrt{3}$.

Luego

h1 + h2 + h3 = $\sqrt{3}$

14. En la figura, las circunferencias son tangentes en P y la recta es tangente a las circunferencias en Q y R, si A y B son los centros de las circunferencias respectivamente. Encuentra el valor del ángulo QPR.



Solución:

Si A y B son los centros de las circunferencias, tenemos que A, P y B son colineales, y los radios AR y BQ son perpendiculares a la recta tangente.

Además los triángulos APR y BQP son isósceles.

Sean α = <APR = <ARP y β = <BQP = <BPQ.

Como α + <PRQ = 90º = β + <PQR.

Se tiene que, $\alpha + \beta$ + <QPR = 180º y <PRQ + <PQR + <QPR = 180º.

<PRQ + <PQR + <QPR = 180º = (α + <PRQ) + (β + <PQR) = $\alpha + \beta$ + <PRQ + <PQR

<QPR = $\alpha + \beta$

Por otro lado

180º = α +<QPR + β

180º = $\alpha + (\alpha + \beta) + \beta$

180º = $2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$

$\alpha + \beta = 90^{o}$

Por último tenemos que: **<QPR = 90º**

15. ¿Cuáles son los últimos cuatro dígitos de 3^{2005}?
Solución:

$3^{2005} = 3(3^{2004}) = 3(3^2)^{1002} = 3(10\text{-}1)^{1002}$

$$= 3(10^{1002} - \frac{1002}{1}10^{1001} + \frac{1002*1001}{1*2}10^{1000} - \dots - \frac{1002*1001*1000}{1*2*3}10^3 + \frac{1002*1001}{1*2}10^2 - \frac{1002}{1}10 + 1)$$

Para conocer los últimos cuatro dígitos necesitamos únicamente los 3 últimos términos ya que el coeficiente de 10^3 es múltiplo de 10. Tales términos se pueden simplificar como:

$3(501*1001*10^2 – 1002*10 + 1) = 3(501501*10^2 – 10020 + 1)$

$= 3(50150100 – 10020 + 1)$

$= …$ **0243**.

16. Un árbol injertado produce peras y manzanas. En un momento dado tiene 15 peras y 30 manzanas. Solamente se pueden cortar los frutos por parejas, pero cuando se cortan dos frutas del mismo tipo nace una manzana y cuando se cortan dos frutas distintas, nace una pera. ¿Qué fruta es la que nace después de cortar la última pareja de frutas?

Solución:

Observemos que el número de peras no cambia de paridad cuando se cortan dos frutas. Es decir, si se cortan dos frutos del mismo tipo nace una manzana, pero la paridad del número de peras es la misma, y si se cortan dos frutos de tipo distinto, crece una pera, por lo que el número de peras es el mismo que antes de cortar el fruto.

También notemos que en cada paso se cosechan dos frutas y brota una, lo que reduce en uno el número de frutas.

Al inicio hay 45 frutas, después de 44 pasos nos queda 1 fruta que tiene que ser pera.

17. Encuentra todos los números entre 50 y 150 tales que si les restas 3 unidades y luego los divides entre 5 unidades, tienen residuo cero y el cociente es múltiplo de 7.

Solución:

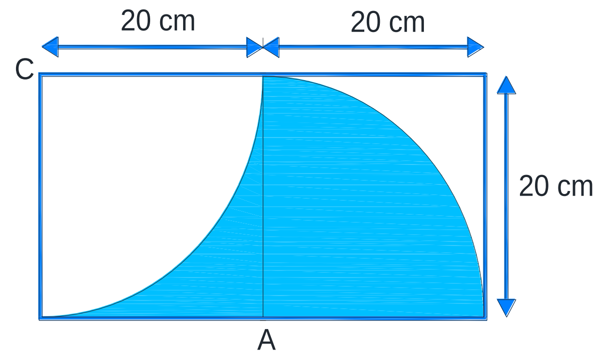
Los números en cuestión son: 53,58,63,68,…,148
Restándole 3 y dividiendo entre 5 nos quedan los siguientes números: 10,11,…,29
Múltiplos de 7 : 14,21,28

18. Una maestra tiene 5 dulces de distintos sabores y 6 paletas de distintos sabores (11 golosinas). De cuántas maneras puede la maestra darle un dulce a cada uno de sus 2 alumnos aplicados y una paleta a cada una de sus 3 alumnas aplicadas?

Solución:

Para darle dulce al primer alumno tiene 5 opciones y para el segundo le quedarán 4 opciones. Luego, para la primera alumna tiene 6 opciones, para la segunda 5 y para la tercera 4. Entonces, el total de formas distintas de realizar la repartición es: $(5 \times 4) \times (6 \times 5 \times 4) = 2400$

19. Los muchachos miran las figuras caprichosas que se forman en el piso con los mosaicos que lo recubren. Daniela llama a sus amigos para decirles que le gustaría saber el perímetro y el área de la figura que se forma con las líneas de dos mosaicos: un segmento de recta y dos arcos. Todos ponen atención a la figura que Daniela señala y deciden apoyarla. Cada uno de los mosaicos que están observando mide 20 cm. De lado y tiene marcado un arco. El dibujo muestra la figura que señala Daniela, los arcos se trazan apoyándose en el vértice C y en el vértice A. ¿Cómo calcularías el área y el perímetro de la figura sombreada?



Solución:

El área azul de uno de los cuadrados, es complemento del área azul del otro.
Juntas las dos áreas azules, forman un cuadrado.
Por lo cual sería área de un cuadrado de 20 Cm X 20 Cm = **400 cm²**

El perímetro de una circunferencia es 2πr.
Como tenemos dos cuartas partes de una circunferencia, el perímetro quedaría señalado de la siguiente forma:

$$Perímetro\ de\ la\ figura\ azul = \frac{2\pi r}{4} + \frac{2\pi r}{4} + 20cm + 20cm = \frac{\pi r}{2} + \frac{\pi r}{2} + 40cm = \pi r + 40cm$$

20. Marcela colecciona fotos de deportistas famosos. Cada año el número de sus fotos es la suma de las cantidades de fotos de los dos años anteriores. En 2014 tenía 60 fotos y en 2015, 96. ¿Cuántas fotos tenía en 2012?
Solución:

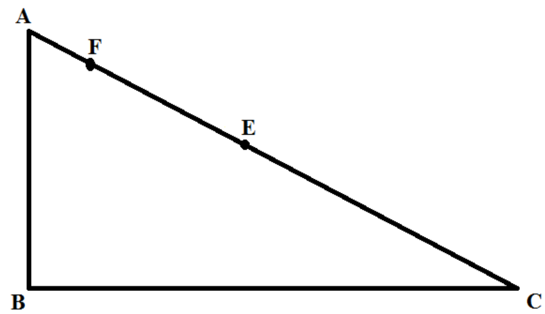
Procedimiento:
X: cantidad de fotos en el 2012
Y: cantidad de fotos en el 2013
Z: cantidad de fotos en el 2014
W: cantidad de fotos en el 2015
Se sabe que:
Z = X + Y
W = Z + Y
Z = 60
W = 96
Entonces
W – Z = 96 – 60 = 36 y W – Z = (Z + Y) – (X + Y) = Z – X
⇒ Z – X = 36
⇒ 60 – X = 36
⇒ X = 60 -36
⇒ X = 24

21. Piensa un número y súmale 3. Multiplica el resultado por 2; a éste réstale 2; divide entre 2 la cantidad obtenida; a este resultado súmale 1 por último resta el número que pensaste. ¿El resultado es 3? Encuentra la justificación algebraica.

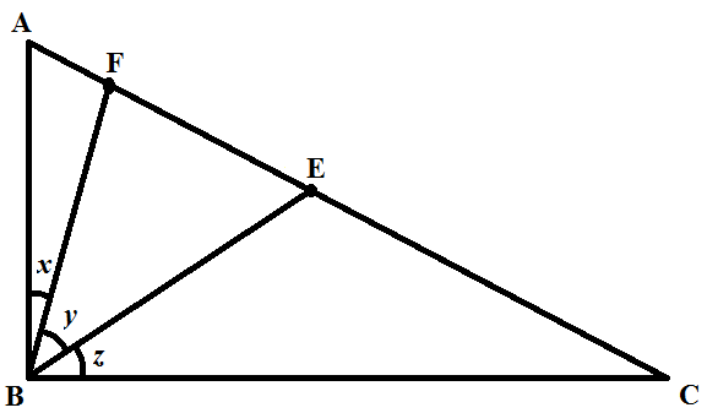
Solución:

La expresión algebraica es: $\frac{2(x+3)-2}{2}+1-x =¿\,3?$

22. En el triángulo ABC, con ángulo recto en B, los puntos E y F están en AC de tal manera que AE=AB y CF=CB. ¿Cuánto mide el ángulo EBF?



Solución:



Sabemos que el triángulo ABE es isósceles $\Rightarrow$ $\angle E = x+y$
Sabemos que el triángulo CBF es isósceles $\Rightarrow$ $\angle F = y+z$
Sabemos que el triángulo ABC es rectángulo $\Rightarrow$ $90 = x+y+z$

Entonces tenemos que:

$y + \angle E + \angle F = 180 \quad \Rightarrow \quad y + (x + y) + (y + z) = 180$

$\Rightarrow \quad x + 3y + z = 180$

Además $\quad x + y + z = 90$

$\Rightarrow \quad 2y = 90$

$\Rightarrow \quad y = 45$

45º

23. Susana cortó una hoja de papel, en 10 partes. Vianey toma solo un pedazo, de los que cortó Susana, y lo cortó a su vez en 10 partes, Maritza toma algunos pedazos de los que cortó Susana y los cortó también en 10 partes. Si al final quedaron 46 pedazos que forman toda la hoja de papel ¿Cuántos pedazos cortó Maritza?

Solución:

Susana rompió la hoja en 10 partes.

Luego Vianey toma solo uno de estos 10 pedazos, por lo tanto el número de Susana se reduce a 9 pedazos.

Este pedazo que toma Vianey lo corta en 10 partes.

Entre los cortes de Susana y Vianey tendríamos:

$$9 pedazos + 10\ pedazos = 19\ pedazos$$

Al tomar Maritza uno de estos 19 pedazos de los de Susana , lo reduce a 18 pedazos y lo corta en 10 pedazos más.

Es decir: $8\ pedazos + 10\ pedazos + 10\ pedazos = 28\ pedazos$

Al tomar otro pedazo de Susana y romperlo en 10 pedazos, reduce los de Susana.

Es decir: $7\ pedazos + 10\ pedazos + 10\ pedazos + 10\ pedazos = 37\ pedazos$

Como al final la hoja se conforma de 46 pedazos, solo le resta a Maritza tomar uno más de los que rompió Susana y romperlo en 10 pedazos.

Es decir: $6\ pedazos + 10 pedazos + 10 pedazos + 10 pedazos + 10 pedazos = 46\ pedazos$

Este proceso lo realiza Maritza tres veces, por lo tanto ella rompe tres pedazos.

24. En un grupo de segundo de secundaria hay 40 estudiantes, en el examen de matemáticas. El promedio de las calificaciones de las mujeres fue de 70 puntos y el de los hombres 60 puntos. El promedio del grupo fue de 66 puntos.
¿Cuántas mujeres y cuantos hombres hay en el grupo?

Solución:

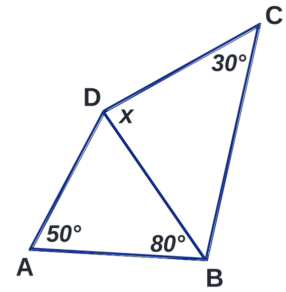
Llamemos ***x*** el número de hombres.
Entonces el número de mujeres es ***40-x***.
La suma de las calificaciones de las mujeres es ***(40-x)70***
Y la suma de las calificaciones de los hombre es ***60x.***
Entonces tenemos que la suma de calificaciones totales es:

$$\mathbf{(40-x)70+60x=66(40)}$$
$$\mathbf{2800-70x+60x=2640}$$
$$\mathbf{-10x=-160}$$

de donde ***x=16***. Es decir, hay ***16*** hombres y ***24*** mujeres.

25. Se tiene la siguiente figura:

Si $\overline{AB} = \overline{CD}$, ¿Cuánto vale el ángulo *x*?



Solución:

Como $\measuredangle BAD + \measuredangle DBA = 130^0$ tenemos que $\measuredangle BDA = 50^0$,

Es decir, el triángulo ***BDA*** es isósceles, con $\overline{AB} = \overline{BD}$.

Como $\overline{AB} = \overline{CD}$ tenemos que $\overline{BD} = \overline{CD}$.

De donde $\measuredangle DBC = \measuredangle BCD = 30^0$

Entonces $X = 180^0 - 30^0 - 30^o$

$X = 120^0$

26. La suma de los pesos de: dos tornillos, tres clavos y una tuerca; es de 50 gramos, en el mismo sentido, la suma de: un tornillo dos clavos y dos tuercas; pesan 70 gramos. ¿Cuánto pesará la suma de cinco tornillos, nueve clavos y siete tuercas?

Solución: Representemos un tornillo con la letra a, un clavo con la letra b, y una tuerca con la letra c.

Representemos mediante un modelo algebraico:

Ecuación 1: $2a + 3b + c = 5$

Ecuación 2: $a + 2b + 2c = 7$

Si multiplicamos la segunda ecuación por 3, obtenemos lo siguiente:

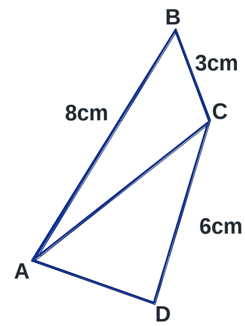
$$3a + 6b + 6c = 21$$

A este resultado le sumamos la primera ecuación, obtenemos:

$$5a + 9b + 7c = 26$$

Así que cinco tornillos, nueve clavos, y 7 tuercas pesan 26 gramos.

27. En la siguiente figura, los triángulos ABC y ACD tienen el mismo perímetro.
¿Cuántos centímetros mide $\overline{AD}$?



Solución:
El $\overline{AC}$ es colindante, en el triángulo ***ABC*** y el triángulo ***ACD***.

Por otro lado tenemos que, el perímetro del triángulo ***ABC*** es:

$$P_{ABC} = 8 + 3 + \overline{AC}$$

Al igual el perímetro del triángulo ***ACD*** es:

$$P_{ACD} = 6 + \overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{AC}}$$

Como el perímetro es igual;

$$P_{ABC} = P_{ACD}$$

$$8 + 3 + \overline{AC} = 6 + \overline{AD} + \overline{AC}$$

$$8 + 3 = 6 + \overline{AD}$$

$$8 + 3 - 6 = \overline{AD}$$

$$8 + 3 - 6 = \overline{AD}$$

$$5 = \overline{AD}$$

28. Una araña teje su telaraña en el marco de una ventana, cada día teje el doble de lo que tejió el día anterior. Si en 15 días teje la ventana completa.
a).- ¿Qué fracción del área de la ventana debió tejer el primer día?
b).- Si hoy viernes 17 de febrero la araña terminó de tejer la ventana ¿Qué día la comenzó a tejer?

Solución:

a) Partiendo que la araña debe tejer el siguiente día el doble del día anterior, sin destruir lo que se tejió un día antes.

Hacemos la siguiente tabla:

Día	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Fracción de la ventana que teje al día	**X**	**2X**	**4X**	**8X**	**16X**	**32X**	**64X**	**128X**							

Lo construido desde el primer día se ira acumulando es decir:

X+2X+4X+8X+16X+32X+64X+128X+ . . .

Pero esto debe ser igual a 1, porque el quinceavo día se tejió la ventana completa.

Es decir: X+2X+4X+8X+16X+32X+64X+128X+ . . . =1

De aquí podremos sacar la variable como un factor común:

X(1+2+4+8+16+32+64+128+…) =1

Se observa un patrón de comportamiento

Primer día	$1 = 2^{0}$
Segundo día	$2 = 2^{1}$
Tercer día	$4 = 2^{2}$
Cuarto día	$8 = 2^{3}$
Quinto día	$16 = 2^{4}$
Sexto día	$32 = 2^{5}$
Séptimo día	$64 = 2^{6}$
Octavo día	$128 = 2^{7}$
. . .	. . .
Quinceavo día	$= 2^{14}$

Generalizando tenemos:

$$\sum_{1}^{15} 2^{n-1}$$

De aquí tenemos que: X $\left(\sum_{1}^{15} 2^{n-1}\right)$ = 1

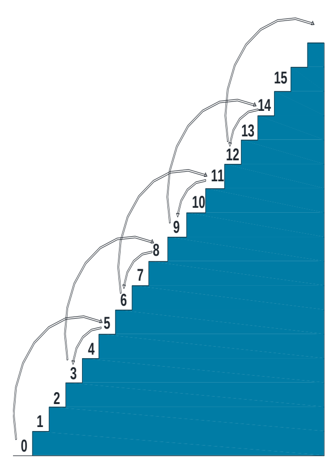
El primer día, Inicia tejiendo esta fracción

$$\frac{1}{\sum_{1}^{15} 2^{n-1}} = X$$

b) Viernes 3 de febrero.

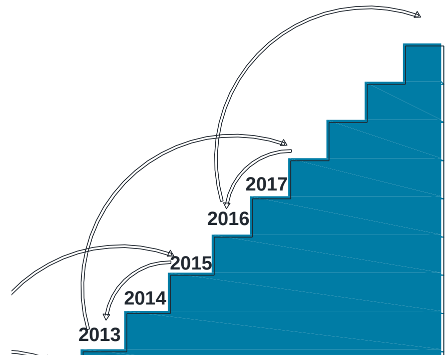
29. Una escalera tiene numerados los escalones como 0, 1, 2, 3, 4, …, 2017. Una rana está en el escalón 0; salta 5 escalones hacia arriba hasta el escalón 5 y luego 2 para abajo hasta el escalón 3; después sigue saltando alternando 5 escalones hacia arriba y 2 hacia abajo.

¿Cuáles de los escalones numerados con, 2014, 2015, 2016, 2017 no pisa la rana?



Solución:

Representemos de manera gráfica los saltos de la rana:



Observemos que los escalones que toca son:

0, 3,5,6,8,9,11,12, 14, 15, 17, …, 2017

Los escalones que toca cuando retrocede, son múltiplos de tres.

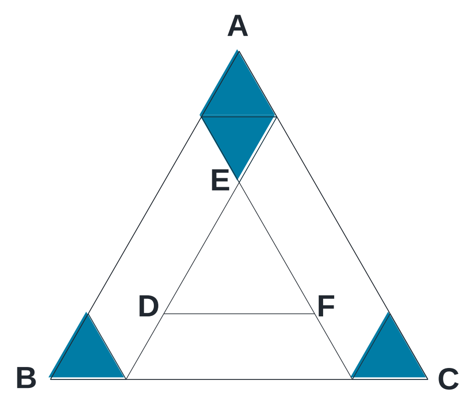
Es decir: 0, 3,5,6,8,9,11,12, 14, 15, 17, …

De los números 2014, 2015, 2016 y 2017 el único que es múltiplo de tres es 2016. Por lo tanto lo toca cuando retrocede, siguiendo con el comportamiento gráfico en la rana.
Así que no pisa la rana el escalón 2014, y 2017.

30. Suponga que la suma de las áreas de los triángulos equiláteros sombreados es igual, al área del triángulo equilátero DEF.

Además en el triángulo DEF, $\overline{DF}=1$ y altura $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

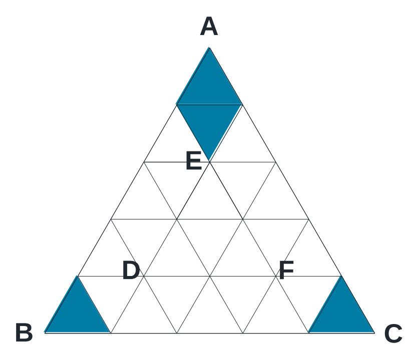
¿Cuánto vale el área del triángulo ABC?



Solución:

El triángulo ABC se compone de 25 triángulos pequeños equiláteros.
La altura del triángulo DEF es $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Por lo cual la distancia en $\overline{AE}$ es $\frac{\sqrt{3}}{2}$, y la altura de un triángulo pequeño equilátero es $\frac{\sqrt{3}}{4}$.



La base en el triángulo DEF es 1, de aquí que la base del triángulo pequeño es $\frac{1}{2}$.

Así el área de un triángulo pequeño es $\frac{Bxh}{2}=\frac{(\frac{1}{2})(\frac{\sqrt{3}}{4})}{2}$

$$=\frac{\sqrt{3}}{16}$$

Como el triángulo ABC está formado por 25 triángulos pequeños, su área es la siguiente:

$$=\frac{25\sqrt{3}}{16}$$

31. ¿De cuantas formas se pueden sentar diez personas en diez sillas numeradas del 1 al 10?

Solución:

En el asiento # 1 se puede sentar cualquiera de las diez personas;

Para cada elección de la primera persona, en el asiento # 2 se puede sentar cualquiera de las nueve personas restantes;

Así en las dos primeras sillas el número de elecciones posibles es 10x9= 90. Continuemos de manera análoga.

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

En cada una de las sillas son las posibles reacomodos de las personas, solo resta multiplicar.

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$$

32. Un encuestador se dirige a una casa en donde es atendido por una mujer.

¿Cantidad de hijos? – dijo el encuestador
Tres hijas – contestó ella
¿Edades? – preguntó el encuestador
El producto de las edades es 36 y la suma es igual al número de la casa – responde ella.
El encuestador se va, pero al rato vuelve y le dice a la mujer que hacen falta datos, la mujer se queda pensando y le responde:

Tiene razón, a la mayor le gusta el chocolate.

¿Qué edades tienen las hijas?

Solución:

Edades posibles

1x1x36=36 y 1+1+36=38

1x2x18=36 y 1+2+18=21

1x3x12=36 y 1+3+12=16

1x4x9=36 y 1+4+9=14

1x6x6=36 y 1+6+6=13

2x2x9=36 y 2+2+9=13

2x3x6=36 y 2+3+6=11

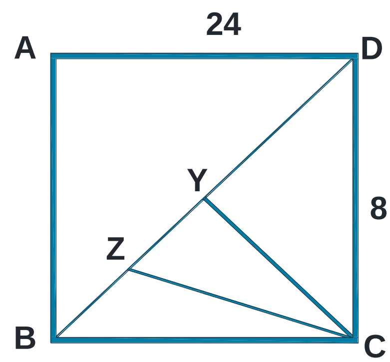
3x3x4=36 y 3+3+4=10

El encuestador sabía el número de la casa (lo podía ver). Si tuvo dudas es que existían dos soluciones, esto nos deja 2 posibilidades: 1,6,6 y 2,2,9.

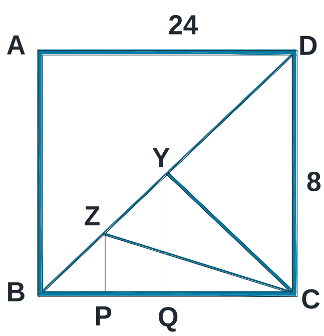
Y como existe una hermana mayor entonces la solución es 2,2,9

33. En el rectángulo ABCD, como se muestra en la figura, Y es punto medio de $\overline{BD}$, Z es punto medio de $\overline{BY}$, $\overline{AD} = 24$ y $\overline{CD} = 8$

¿Cuál es el área del triángulo ZYC?



Solución:



Sea $\overline{ZP}$ y $\overline{YQ}$ alturas de los triángulos BZC y BYC, respectivamente.

Luego los triángulos BZP y BYQ son semejantes y por lo tanto $\frac{\overline{ZP}}{\overline{YQ}} = \frac{1}{2}$, ya que Z es punto medio de $\overline{BY}$

Como $\overline{YQ} = \frac{\overline{CD}}{2} = 4$ entonces $\overline{ZP}$ = 2

Luego, el área del triángulo ZYC es igual al área del triángulo BYC menos el área del triángulo BZC,

Es decir, el área es $\frac{24.4}{2} - \frac{24.2}{2} = 24$

34. Si $4^x - 4^{x-1} = 24$, además $(2^2)^x = 4^x$, ¿Cuánto vale $(2x)^x$?

Solución:

Tenemos que $$4^x - 4^{x-1} = 24$$

$$4^x - 4^x . 4^{-1} = 24$$

Factorizando el término común: $$4^x(1 - 4^{-1}) = 24$$

$$4^x \left(\frac{3}{4}\right) = 24$$

$$4^x = \frac{24}{\frac{3}{4}} = \frac{(4)(24)}{3} = 32$$

32 lo puedo expresar $2^5 = (2)(2)(2)(2)(2)$

Pero $(2^2)^x = 4^x$

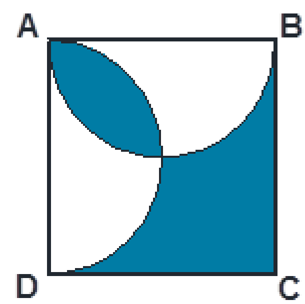
De aquí puedo decir que $(2^2)^x = 2^5$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

De donde $(2x)^x = 5^{\frac{5}{2}}$

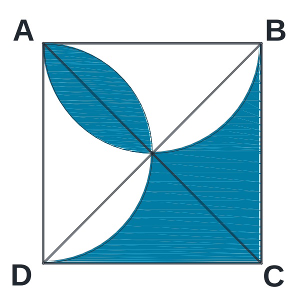
35. **En la figura ABCD es un cuadrado y los dos semicírculos tienen diámetros AB y AD. Si AB = 2, ¿Cuál es el área de la región sombreada?**



Solución:

Tracemos una diagonal desde el punto B hasta el punto D

Y desde el punto A hasta el punto C



Observamos en la figura que el área donde se intersectan los dos semicírculos, es igual al área que falta para completar el triángulo BCD.

Como la longitud de un segmento es de 2, y dice que es un cuadrado

Entonces, solo se calcula el área del triángulo.

Área de la región sombreada $= \frac{(DC)(BC)}{2}$

$$\text{Área de la región sombreada} = 2 \text{ unidades cuadradas}$$

36. Para numerar las páginas de un libro, puedo utilizar 2018 dígitos. ¿Cuántas páginas máximas puedo numerar en el libro?

Solución:

Considerando los dígitos del 1 al 9, se numeran las primeras nueve páginas, a partir de la página diez, se requieren **dos** dígitos, por ejemplo:

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, en ellos observamos que son veinte 20 dígitos.

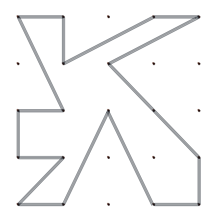
Igualmente para la página 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 son veinte dígitos observando que se presenta un patrón de comportamiento hasta la página 99.

A partir de la página 100 se requieres **tres** dígitos, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, el comportamiento es de cado treinta dígitos.

Páginas numeradas	Dígitos utilizados
9	9
10- 99	180
100 -199	300
200 -299	300
300 - 399	300
400 -499	300
500 - 599	300
600 - 699	300
700 -708	27
Total	2016 dígitos

Número máximo de páginas numeradas es: 708 páginas.

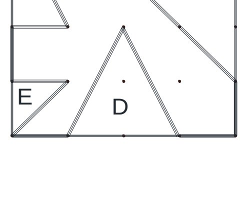
37. Calcula el área de la siguiente figura. (La longitud entre poste y poste es de 1 cm.).



Solución:

Calcular el área de un cuadrado de 4x4, el área es de 16 cm^2

Calcular por separado cada uno de los triángulos como lo indica la figura:



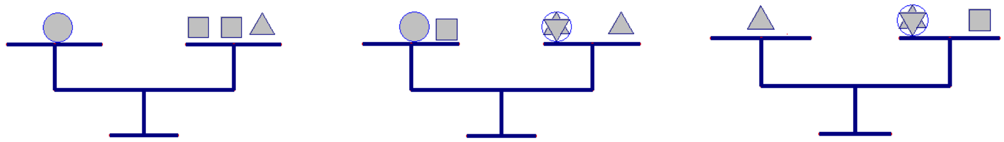
Es decir el triángulo **A** su área es: $1cm^2$, el triángulo **B** su área es: $1cm^2$, el triángulo **C** su área es: $3cm^2$, el triángulo **D** su área es: $2cm^2$, el triángulo **E** su área es: $\frac{1}{2}cm^2$

El área de la figura que nos presenta el problema original, sería una diferencia entre el área del cuadrado y las áreas de los triángulos.

Es decir: 16 $cm^2 - 1cm^2 - 1cm^2 - 3cm^2 - 2cm^2 - \frac{1}{2}cm^2$

Área de la figura original = $8\frac{1}{2}cm^2$

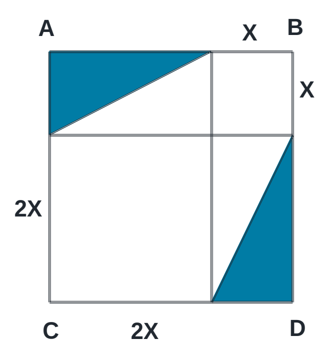
38. Observa la siguiente figura y encuentra cuántos cuadrados pesan lo mismo que un círculo.



Solución:
Sea x = peso del círculo;
y = peso del cuadrado;
z = peso del triángulo;
w= peso de la estrella inscrita.
Esto implica que:
Ecuación 1 - x = 2y + z
Ecuación 2 - x + y = w + z
Ecuación 3 - z = w + y
Restando la ecuación 3 a la ecuación dos tenemos que:
x + y – z = z – y
Esto implica que:
2z = x + 2y
z = (1/2)x + y
Sustituyendo en la Ecuación 1 tenemos que:
x = 2y + (1/2)x + y
Esto implica que:
x = 6y

Es decir
Un círculo pesa lo mismo que 6 cuadrados

39. Si ABCD es un cuadrado unitario, encuentra el área de la región no sombreada.



Solución:
Existen varias soluciones en este problema.
Como el cuadrado es unitario, su área es $1unidad^2$

Y su longitud en cada lado es de 1 unidad, de acuerdo a la figura;

1Unidad = 3X, es decir:

$X = \frac{1}{3}$

De aquí calculo el área de un triángulo sombreado.

$\frac{(2X)(X)}{2} = X^2$

Es decir $X^2 = \frac{1}{9}$

Como son dos triángulos sombreados, el área de la suma de ellos es: $\frac{2}{9}$

Entonces la parte no sombreada es el área total del cuadrado menos el área de los triángulos sombreados.

Es decir:

$$1Unidad^2 - \frac{2}{9}Unidad^2 = \frac{7}{9}Unidad^2$$

40. Un programa de computadora descifra claves secretas en tiempo récord. Una agencia de investigación necesita descubrir un código de 5 dígitos y 3 letras, y en ese orden. Se sabe que la computadora emplea una milésima de segundo en analizar cada código, ¿Si la computadora comienza hoy 19 de enero a las 10:00 de la mañana, en que día a más tardar crees tú que la computadora develara el código secreto (fecha y hora)? (Nota el código no debe empezar con cero y las letras no se deben repetir en un alfabeto de 26 letras).

Solución:

Determinar las posibilidades numéricas:

(9)(10)(10)(10)(10) = 90,000

Determinar las posibilidades alfabéticas:

(26)(25)(24) = 15,600

Acoplar todas las posibilidades:

(9)(10)(10)(10)(10)(26)(25)(24) = 1,404,000,000

Determinación del tiempo:

$$\frac{1404000000}{1000} = 1404000\ seg = 23400\ minutos = 390\ horas = 16.25\ días = 16\ días\ 6\ horas$$

Encontrar la fecha exacta:

4 de febrero a las 16:00 hrs. (cuatro de la tarde)

41. **¿Cuál es el dígito de las unidades que tiene la siguiente suma:** $(\mathbf{1^2+1})+(\mathbf{2^2+2})+\cdots+(\mathbf{2018^2+2018})$**?**

Solución:

$$(1^1+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)+(6^2+6)+(7^2+7)+(8^2+8)+(9^2+9)+(10^2+10)+\cdots+(2015^2+2015)+(2016^2+2016)+(2017^2+2017)+(2018^2+2018)$$

Realicemos la suma acumulada de cada uno de los binomios:

$(1^2+1)=\mathbf{2}$

$(1^2+1)+(2^2+2)=\mathbf{8}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)=\mathbf{20}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)=\mathbf{40}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)=\mathbf{70}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)+(6^2+6)=\mathbf{112}$

$(1^2+1)+(2^2+2)+(3^2+3)+(4^2+4)+(5^2+5)+(6^2+6)+(7^2+7)=\mathbf{168}$

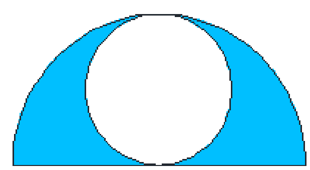
Observe que el dígito de las unidades, se repite a partir de los cinco sumandos.

Luego 2015 es múltiplo de 5, porque 5 X 403 = 2015

Por lo cual cuando llegamos a esta suma acumulada, el dígito de las unidades tiene terminación 0.

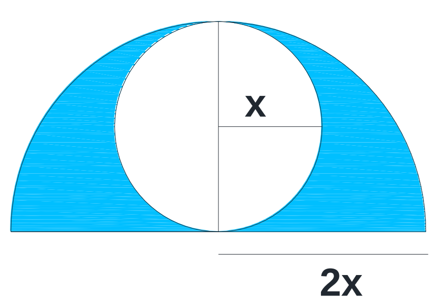
Después solo falta aumentar los tres sumandos que faltan, así obtenemos que el dígito de las unidades en la suma acumulada es CERO.

42. **Un círculo está inscrito en un semicírculo, como se muestra en la figura. El área del semicírculo que está afuera del círculo esta sombreada. ¿Qué fracción del área del semicírculo está sombreada?**



Solución:

Trazamos un radio x en el círculo como lo muestra la figura, por lo tanto la semiesfera, tiene un radio de 2x



Calculemos el área del círculo: $A_{círculo}=\pi x^2$

Calculemos en área del semicírculo: $A_{semicírculo} = \frac{\pi(2x)^2}{2}$

$$A_{semicírculo} = \frac{4\pi x^2}{2}$$

$$A_{semicírculo} = 2\pi x^2$$

El área sombreada es la diferencia, del área del semicírculo menos el área del círculo.

Es decir: $A_{semicírculo} - A_{círculo} = 2\pi x^2 - \pi x^2 = \pi x^2$

Así que el área sombreada es la mitad del semicírculo.

43. Un niño quiere subir una escalera. El número máximo de escalones que puede subir en un paso, es dos escalones, es decir, puede subir uno o dos escalones a la vez. Si tenemos 10 escalones en total ¿De cuántas formas distintas puede subir los escalones?

Solución:

Si hay únicamente un escalón, claramente existe <u>1</u> **sola forma** de subir.

Si hay dos escalones, los puede subir de <u>2</u>: (Uno a la vez); o (los dos juntos).

Si hay tres escalones, los puede subir de <u>3</u>: (Uno a la vez); (uno y dos juntos); (dos juntos y uno).

Si hay cuatro escalones, los puede subir de <u>5</u>: (Uno a la vez); (dos y dos); (uno, dos y uno); (uno, uno y dos); (dos, uno y uno).

Cuando hay cinco escalones, los puede subir de <u>8</u>: (Uno a la vez); (dos, dos y uno); (dos, uno y dos); (uno, dos y dos); (dos, uno, uno, uno); (uno, dos, uno, uno);(uno, uno, dos, uno); (uno, uno, uno, dos).

Cuando hay seis escalones, los puede subir de <u>13</u> formas de subir.

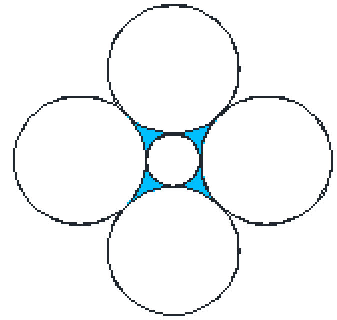
Observándose que hay un patrón de comportamiento, si agregamos un escalón más, las combinaciones sería, la suma de los dos anteriores. Es decir; si hay siete escalones, las combinaciones son <u>21</u> formas de subir.

Si hay ocho escalones, las posibles combinaciones son <u>34</u> formas de subir.

Si hay nueve escalones, las posibles combinaciones son <u>55</u> formas de subir.

En diez escalones, las posibles combinaciones son <u>89</u> formas de subir.

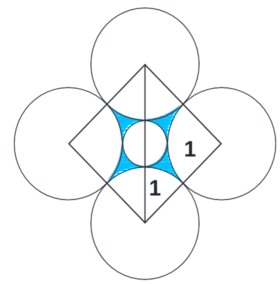
44. **Si el radio del círculo pequeño es $r = \sqrt{2} - 1$ y el radio del círculo grande es unitario. Encuentre el área sombreada del rededor del círculo pequeño.**



Solución:

Tracemos un triángulo, con vértice en el centro de los círculos grandes, como lo muestra la figura.

Como el círculo es unitario, el área del triángulo señalado tiene base dos, y altura 2, por lo cual su área será de dos unidades cuadradas.



De acuerdo a nuestra figura, el área de del triángulo isósceles está formado por $\frac{1}{2}$ del área del círculo unitario + $\frac{1}{2}$ del círculo pequeño + la mitad del área sombreada.

$\frac{1}{2}$ del área del círculo unitario = $\frac{\pi}{2}$

$\frac{1}{2}$ del área del círculo pequeño =$\frac{\pi\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{2} = \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2}$

Mitad del área sombreada.

Entonces; área del triángulo isósceles = $\frac{1}{2}$ del área del círculo unitario + $\frac{1}{2}$ del círculo pequeño + mitad del área sombreada.

Es decir; $2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2} + mitad\ del\ área\ sombreada$

De aquí $2 - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ área\ sombreada$

$$\frac{4}{2} - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi(3-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ área\ sombreada$$

$$\frac{4 - \pi - \pi(3-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ área\ sombreada$$

$$\frac{4 - \pi(1 + 3 - 2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ área\ sombreada$$

$$\frac{4 - \pi(4-2\sqrt{2})}{2} = mitad\ del\ área\ sombreada$$

Así, el área total sombreada es $4 - \pi(4 - 2\sqrt{2})$

45. Si *a, b, c,* son números que satisfacen que $a + b + c = 0$. Encuentra una expresión simplificada de $a^3 + b^3 + c^3$.

Solución:

Tenemos que $a + b + c = 0$ de aquí. $c = -a - b$

Sustituyendo en la expresión $a^3 + b^3 + c^3 = a^3 + b^3 + (-a - b)^3$

$$a^3 + b^3 + c^3 = a^3 + b^3 - a^3 - 3a^2b - 3ab^2 - b^3$$

Restando términos semejantes

$$a^3 + b^3 + c^3 = -3a^2b - 3ab^2$$

Factor izando términos semejantes

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3ab(-a - b)$$

Como $c = -a - b$

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$$

46. ¿Cuántas cifras tiene el número $2^{2015}x5^{2018}$?

Solución:

Podemos representar la expresión de la siguiente manera:

$$2^{2015}x5^{2018} = 2^{2015}x5^{2015}x5^3$$

$$2^{2015}x5^{2018} = (2x5)^{2015}x5^3$$

$$2^{2015}x5^{2018} = 10^{2015}x5^3$$

$$2^{2015}x5^{2018} = 125x10^{2015}$$

Entonces son 2018 cifras.

47. ¿Cuántos números de 5 dígitos hay tales que la suma de sus dígitos sea igual a dos?

Solución:

Para que la suma de los dígitos sea igual a 2, los dígitos tienen que ser un dos y cuatro ceros, o dos unos y tres ceros.

En el primer caso solo tenemos el número 20000, pues no podemos empezar con un cero.

En el segundo caso tenemos que el primer dígito tiene que ser un 1 y el otro dígito 1 puede estar en cualquier de las otras cuatro posiciones, por lo que tenemos 4 números.

Luego, tenemos un total de 5 números.

48. Tienes dos relojes de arena: uno de 7 minutos y el otro de 4 minutos y los pones a funcionar de manera simultánea, (se estarán volteando constantemente al caer el último granito de arena). ¿En cuantos minutos los dos relojes estarán con toda la arena en el nivel de abajo al mismo tiempo? Argumenta tu respuesta.

Solución:

Ponemos en funcionamiento ambos relojes. Cuando el reloj de 4 minutos se detiene, en este momento sabemos que han transcurrido 4 minutos, y en el reloj de siete le faltan tres minutos. Invertimos el reloj de 4 minutos, cuando se detiene el reloj de 7 minutos, al reloj de 4 minutos le queda 1 minuto.

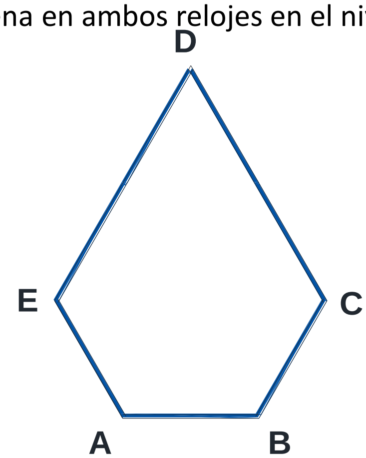
Reloj de 7 minutos	Reloj de 4 minutos	Tiempo transcurrido
7	4	0
6	3	1
5	2	2
4	1	3
3	4	4
2	3	5
1	2	6
7	1	7
6	4	8
5	3	9
4	2	10
3	1	11
2	4	12
1	3	13
7	2	14
6	1	15
5	4	16
4	3	17
3	2	18
2	1	19
1	4	20
7	3	21
6	2	22
5	1	23
4	4	24
3	3	25
2	2	26
1	1	27
0	0	28

Como se invirtió tres veces el reloj de 7 minutos, el reloj de 4 minutos, le quedaban tres minutos de arena y 3minutos + 4 minutos = 7 minutos

Transcurrieron 28 minutos para estar toda la arena en ambos relojes en el nivel de abajo.

49. En la siguiente figura, ∡EAB = ∡ABC = 120°,
EA = AB = BC = 2
CD = DE = 4.

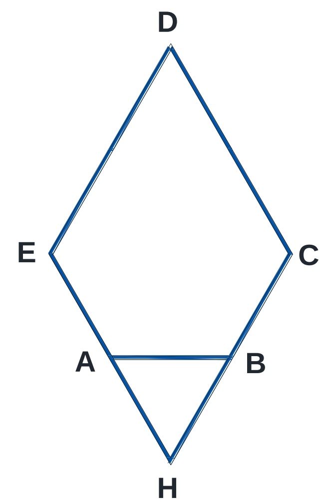
¿Cuánto es el área del pentágono ABCDE?



Solución:

Si prolongamos los lados EA y BC hasta que se intersecten en H, el triángulo AHB es equilátero de lado 2, ya que el $\measuredangle HAB = \measuredangle ABH = 180° - 120° = 60°$

Entonces A y B son puntos medios de EH y HC, respectivamente, y el triángulo EHC es también equilátero de lado 4.



Como $CD = DE = 4 = EC$, el triángulo DEC es equilátero de lado 4.

Por lo que el área del pentágono es:

$$(ABCDE) = (DEC) + (EHC) - (AHB)$$

$$= \frac{4 * 2\sqrt{3}}{2} + \frac{4 * 2\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= 7\sqrt{3}$$

Donde (ABCD) denota el área del pentágono ABCDE

50. Dora Luz guarda estampas en una caja. Un día cuenta 28 estampas y a partir del siguiente día decide lo siguiente:

- **Cada día pone 10 estampas en la caja.**
- **Cada 4 días saca tres estampas y se las regala a Pedro.**
- **Cada 8 días saca, además 1 estampa y se la regala a Nacho.**

¿Después de cuántos días habrá 2019 estampas en la caja?

Solución:

Después de cuatro días, habrá 37 estampas más en la caja y después de cuatro días más habrá 36 estampas más en la caja.

Es decir cada 8 días el número de estampas en la caja habrá aumentado en 73.

Lo que queremos es llegar a 2019 estampas, es decir, aumentar 1991 a las 28 que tiene Dora Luz al inicio.

Si dividimos 1991 entre 73, el resultado es 27 y deja residuo 20.

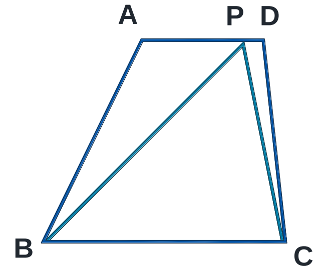
Es decir; aumentará 27 veces lo correspondiente a 8 días

Por lo que después; $27 * 8 = 216$ días

Pero como cada día aumenta 10.

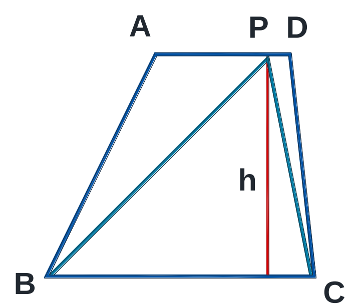
En el día 218 habrá 2019 estampas en la caja.

51. En el trapecio $ABCD$, $\overline{AD}$ el paralela a $\overline{BC}$ y $\overline{AD} = \frac{\overline{BC}}{2}$
Si P es un punto en $\overline{AD}$
¿Cuál es la razón entre el área del triángulo PBC y el área del trapecio $ABCD$?



Solución:

Denotemos por h a la altura del trapecio.



El área del triángulo PBC es $\frac{\overline{BC}.h}{2}$ y la del trapecio es $\frac{(\overline{BC}+\overline{AD}).h}{2}$

Luego, la razón entre las áreas es: $$\frac{\frac{\overline{BC}.h}{2}}{\frac{(\overline{BC}+\overline{AD}).h}{2}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BC}+\overline{AD}}$$

$$= \frac{\overline{BC}}{\frac{3}{2}\overline{BC}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

52. A Renato le pidieron sumar 2019 números consecutivos, de manera que el resultado sea 2,059,380.
Encuentra el valor del número más pequeño que tenía que sumar.

Solución:

Tenemos que la cantidad de números consecutivos que debe sumar es 2019, de lo cual puedo acomodarlos de la siguiente manera.

$$(X-1009)+(\mathrm{X}-1008)+\cdots+(\mathrm{X}-2)+(\mathrm{X}-1)+(\mathrm{X})+(\mathrm{X}+1)+(\mathrm{X}+2)+\cdots+(\mathrm{X}+1008)+(\mathrm{X}+1009)=2{,}059{,}380$$

Eliminando paréntesis tenemos:

$$X-1009+X-1008+\cdots+x-2+X-1+X+X+1+X+2+\cdots+X+1008+X+1009=2{,}059{,}380$$

$$X-1009+X-1008+\cdots+x-2+X-1+X+X+1+X+2+\cdots+X+1008+X+1009=2{,}059{,}380$$

Como hay valores positivos y negativos por la misma cantidad; se eliminan, y nos queda:

$$2019X=2{,}059{,}380$$

De aquí que: $X=\dfrac{2{,}059{,}380}{2019}$

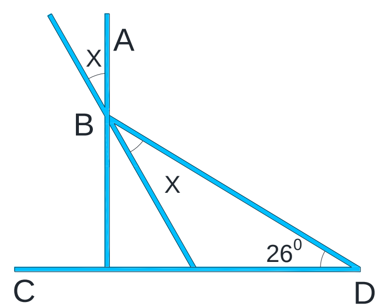
$$X=\ 1020$$

El número más pequeño de toda la suma es: $X-1009$

Por lo cual: 1020 -1009 = 11

11 es el número más pequeño

53. Si el segmento $\overline{AB}$ es perpendicular a $\overline{CD}$, como se muestra en la figura.
¿Cuánto miden los ángulos X?

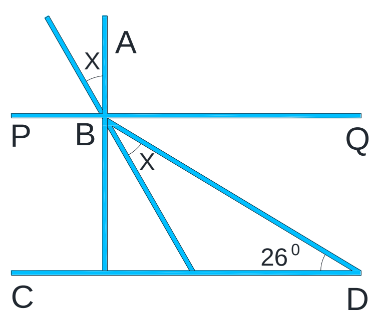


Solución:

Si trazamos una paralela PQ a CD que pase por B, tenemos que el ángulo ∡QBD mide 26° y el ángulo ∡ABQ es recto.

De donde: $2X+26°+90°=180°$

Es decir, $X=32°$



54. **Exactamente una de las siguientes afirmaciones acerca del número de mi casa es falsa. Argumenta tu respuesta.**

a) **La suma de los dígitos del número es 6.**
b) **Dos de los dígitos del número son iguales.**
c) **El número es menor que 110.**
d) **El número es mayor que 40.**
e) **El número es primo.**

Solución:
Los números cuyos dígitos suman 6 son múltiplos de 3 y, por lo tanto, no pueden ser primos. Entonces el inciso a) y el inciso e) se contradicen uno al otro, así que el inciso falso es uno de ellos y los otros incisos deben ser ciertos.
Los números entre 40 y 110 que tienen dos dígitos iguales son: 44, 55, 66, 77, 88, 99, 100, 101. La suma de los dígitos que forman el número, ninguno de los anteriores es 6. Pero 101 es primo, así que 101 es el número de mi casa. El inciso a) es la afirmación falsa.

55. **Encontrar un entero positivo X tal que la suma: X + 2X + 3X + 4X + 5X + 6X + 7X + 8X + 9X resulta ser un número, con todos sus dígitos iguales.**

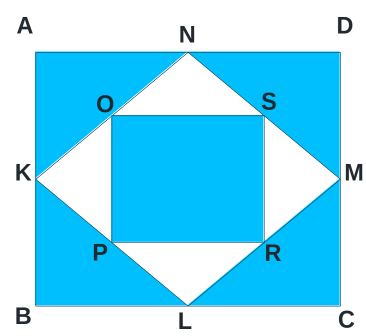
Solución:
Escribamos
X + 2X + 3X + 4X + 5X + 6X + 7X + 8X + 9X = aaa…a, donde a, es un dígito.
Entonces 45X = aaa…a
Ahora observemos que como 45 es múltiplo de 5, también lo debe ser aaa…a, así que la única posibilidad es que a= 5 (a, no puede ser cero, pues el enunciado dice que X debe ser positivo).
Por otro lado, el número también debe ser múltiplo de 9, así que la suma de las a´s también debe serlo y el menor número con esta propiedad es: 555555555 (y X = 12345679).

56. **Si en un momento son las 10 de la mañana, ¿Qué hora fue hace 2500 horas?**

Solución:
En este caso como 2490 = 24 X 103 + 18, entonces multiplicando por -1 esta ecuación, tenemos; -2490 = 24 X (-103) – 18; hemos encontrado que en esta ecuación un residuo negativo y, como a nosotros nos gustaría que estuviera entre 0 y 23.
Sumamos y restamos 24 en la ecuación y obtenemos el nuevo residuo: 24 – 18 = 6
Con esto concluimos que hace 2500 horas fueron las 6 de la mañana.

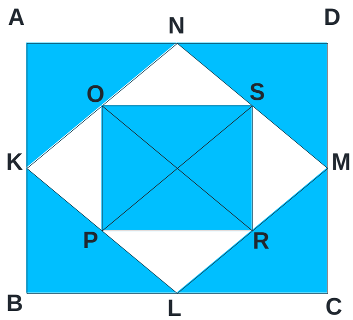
57. **En la figura K,L,M y N son los puntos medios de los lados del rectángulo ABCD y, O, P, R, y S son los puntos medios de los lados del cuadrilátero KLMN. Si el área del rectángulo ABCD es 1.**

¿Cuánto mide el área sombreada?



Solución:

Dividiendo el cuadrilátero NKLM en cuatro cuadriláteros iguales como se muestra en la figura se observa que el área del rectángulo OPRS es la mitad del área de NKLM o sea $\frac{1}{4}$ del área total. De lo anterior obtenemos que el área sombreada es $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$



58. En el pentágono regular ABCDE de la figura, P es el punto de intersección de las diagonales BE y AC. Encuentra el valor del ángulo BPC.

Solución.

Primeramente se tiene que $\measuredangle BPC + \measuredangle CPE = 180^0$:

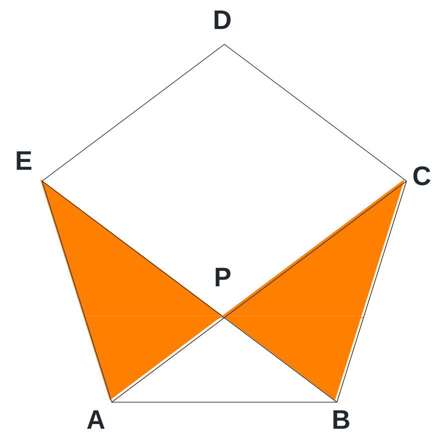
Como ED es paralela a AC y DC es paralela a EB entonces

$\measuredangle CPE = \measuredangle CDE$; este último por ser ángulo interior de un pentágono mide 108^0, luego $\measuredangle BPC = 180^0 - \measuredangle CPE$

$\measuredangle BPC = 180^0 - \measuredangle CPE$

$\measuredangle BPC = 180^0 - 108^0$

$\measuredangle BPC = 72^0$



59. Si la escalera electromecánica está detenida, Sofía la sube caminando en 30 segundos. Si la escalera electromecánica está funcionando, una persona sin moverse sube en un minuto.

¿Cuánto tarda Sofía en subir si la escalera funciona, pero ella sube la mitad caminando y la otra mitad sin caminar?

Solución:

Supongamos que el espacio que recorre una persona al subir la escalera sea L metros, entonces la velocidad de Sofía es de L30m/s, además la velocidad de cualquier punto de la escalera es de L60m/s. Si Sofía sube la mitad de la escalera caminando y la otra mitad sin caminar estando la escalera funcionando, su velocidad total (respecto del piso) será de:

$\frac{\frac{L}{2}}{30}+\frac{\frac{L}{2}}{60}=\frac{L}{T}$ $\qquad T = 40$ seg

60. ¿Cuánto vale el siguiente producto?

$$\left(1+\frac{1}{1}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\ldots\left(1+\frac{1}{2020}\right)\left(1+\frac{1}{2021}\right)=$$

Solución:

$$\left(1+\frac{1}{1}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\dots\left(1+\frac{1}{2020}\right)\left(1+\frac{1}{2021}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}\right)\dots\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2020}\right)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2021}\right)$$

$$\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}\right)\dots\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2020}\right)\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2021}\right)$$
$$=\left(\frac{2}{1}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\dots\left(\frac{2021}{2020}\right)\left(\frac{2022}{2021}\right)$$

$$\left(\frac{2}{1}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\dots\left(\frac{2021}{2020}\right)\left(\frac{2022}{2021}\right)=2022$$

61. Jorge y Lalo idean el siguiente juego: cada uno lanza dos dados, si la suma de los dos dados es mayor que 7, gana Jorge; Si la diferencia de ambos es menor que 2, gana Lalo; en cualquier otra situación numérica hay empate. ¿Es un juego equitativo?
De no ser equitativo el juego, ¿Qué regla le anexarías a las ya establecidas para hacer el juego parejo?

Solución:
En las tablas siguientes se indican los casos de sumas y de diferencias.

Sumas

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Diferencias

−	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

No es un juego equitativo ya que lalo tiene 16/36 posibilidades y Jorge 15/36.

……si la suma de los dos dados es mayor que 7 o menor que 3…Emparejaría el juego

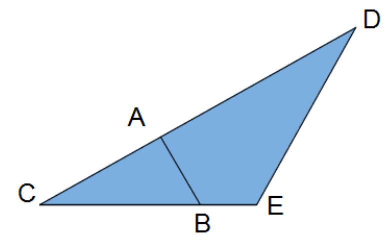
Sumas

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Diferencias

−	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

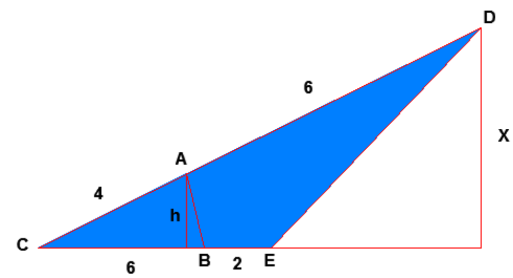
62. El área del triángulo ABC es de $3cm^2$. Calcule el área del triángulo CDE, si CA = 4cm, AD = 6cm, CB = 6cm, BE = 2cm.



Solución:
Tenemos que el área del triángulo $CBA = 3cm^2$, de aquí tenemos

$3cm^2 = \frac{(6)(h)}{2}$
Entonces $h = 1$

Trazamos la altura del triángulo DCE



Por triángulos semejantes
$\frac{h}{4} = \frac{x}{10}$
Entonces $x = \frac{10}{4}$
Aquí podremos calcular el área del triángulo CDE

$$\text{Área del triángulo CDE} = \frac{(8)(X)}{2}$$
$$= \frac{(8)\left(\frac{10}{4}\right)}{2}$$
$$= 10cm^2$$

63. Observa la siguiente sucesión: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, … ¿Cuál es el término 2022?

Solución:
En la sucesión podremos observar que el número 1, se encuentra en el primer término, el número 2, se encuentra en el segundo y tercer término, el número 3, se encuentra en el cuarto, quinto y sexto término y así sucesivamente.
Para encontrar el término 2022 tendremos que usar la sumatoria Gausiana.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \cdots + n \leq 2022$$
$$\frac{n(n+1)}{2} \leq 2022$$
$$n(n+1) \leq 4044$$
$$n^2 + n \leq 4044$$
$$n^2 + n - 4044 \leq 0$$

Solucionando la ecuación cuadrática, con la fórmula general $n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$$n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(1)(4044)}}{2}$$

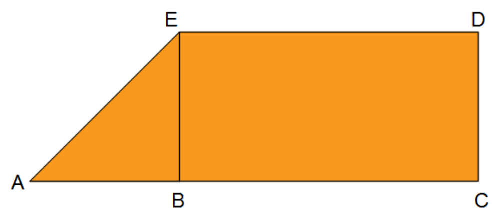
Como busco solo un número positivo

$$n = 63.09$$
Si $\quad n = 63$

Sustituyendo en la sumatoria Gausiana $\frac{63(63+1)}{2} = 2016$

Por lo que nos damos cuenta que el 64 en la sumatoria Gausiana es 2080
Por lo cual el término 2022 se encuentra en el número 64.

64. En la siguiente figura el triángulo ABE es isósceles de $72cm^2$ de área, BCDE es un rectángulo, y BC = 2AB.
Calcula el área del cuadrilátero ABDE.



Solución: El triángulo ABE es Isósceles y tiene un área $72cm^2$
Por lo tanto puedo decir lo siguiente
$72cm^2 = \frac{B*h}{2}$
Como la base y la altura son iguales por ser un triángulo isósceles,
Puedo decir

$$72cm^2 = \frac{h^2}{2}$$
$$(72cm^2)(2) = h^2$$

$$h = 12$$
$$h = \sqrt{144}$$
Además me dice que BC = 2 AB, Pero AB = h
Encuentro que el área del triángulo $BED = \frac{2h*h}{2} = 144cm^2$
Por lo tanto el área del cuadrilátero ABDE es: $77cm^2 + 144cm^2 = 216cm^2$

65. Participas en el equipo de voleibol de tu escuela y llevan perdidos 9 de 23 juegos jugados. El entrenador del equipo les dice que ocupan 70% de juegos ganados para pasar a la siguiente ronda. ¿Cuántos juegos más deben ganar para pasar a la siguiente fase? En el torneo juegan 11 equipos y se enfrentan 3 veces con el mismo equipo en la primera ronda.

Solución:
Si son 11 equipos y se enfrentan entre ellos tres veces, quiere decir que tienen que jugar 30 juegos cada equipo. Ahora el 70% de 30 lo representa 21 juegos ganados, o sea que les quedan 7 juegos por jugar, así es que tienen que ganar todos los restantes juegos para pasar a la siguiente ronda.

66. Calcula la siguiente suma:
$2022^2 - 2021^2 + 2020^2 - 2019^2 + \bullet\bullet\bullet\bullet + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$

Solución:

$2022^2 - 2021^2 = (2021 + 1)^2 - 2021^2 = 2021^2 + 2(2021) + 1^2 - 2021^2 = 2(2021) + 1$

$2020^2 - 2019^2 = (2019 + 1)^2 - 2019^2 = 2019^2 + 2(2019) + 1^2 - 2019^2 = 2(2019) + 1$

$2018^2 - 2017^2 = (2017 + 1)^2 - 2017^2 = 2017^2 + 2(2017) + 1^2 - 2017^2 = 2(2017) + 1$

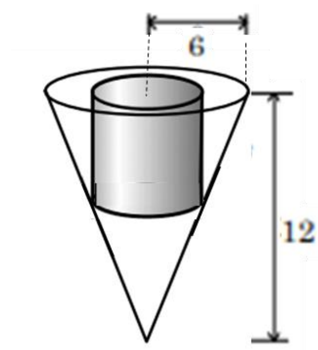
$\vdots$

$2^2 - 1^2 = (1 + 1)^2 - 1^2 = 1^2 + 2(1) + 1^2 - 1^2 = 2(1) + 1011$

$2(2021 + 2019 + 2017 + \bullet\bullet\bullet + 5 + 3 + 1) + 1011 \qquad 1011$

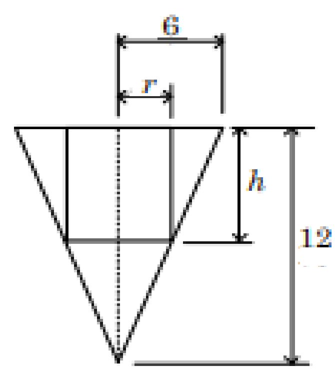
$2[(2022)(505) + 1011] + 1011 = 2{,}045{,}253$

67. Se tiene un cono el cual se llena de agua hasta el borde. En seguida se introduce dentro del cono un cilindro de metal como se muestra en la imagen (la cara superior del cilindro también queda al ras del nivel del agua). El cono tiene 6 cm de radio y 12 cm de altura. Determina el volumen de agua que queda en el cono, si la altura del cilindro es el doble de su radio.



Solución.-

Sea *r* el radio de la base del cilindro y *h* su altura. Haciendo un dibujo de la sección transversal, se tiene como base el eje de los sólidos:
El triángulo de base 6 cm y altura 12 cm es semejante al triángulo de base $6 - r$ y altura *h* pues son triángulos rectángulos y tienen un ángulo en común. Al aplicar proporcionalidad de la altura con respecto a la base se obtiene: $\boxed{\dfrac{h}{12} = \dfrac{6-r}{6}}$



Como la altura h del cilindro es igual al doble del radio, $h = 2r$ se tiene:

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{2r}{12} &= \frac{6-r}{6} \\ 2r &= 12 - 2r \\ 4r &= 12 \\ r &= \frac{12}{4} = 3 \end{aligned}}$$

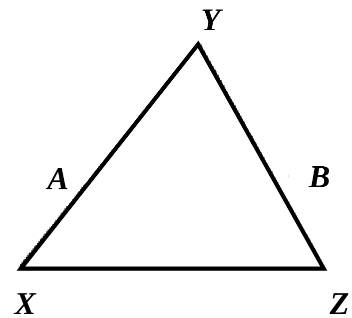
Entonces el radio del cilindro es $r = 3$ cm y la altura es h = 6 cm. Ahora se puede calcular el volumen dentro del cono y fuera del cilindro:
El volumen dentro del cono y fuera del cilindro es 90π cm^3.

$$
\begin{aligned}
V &= V_{\text{cono}} - V_{\text{cilindro}} \\
&= \frac{1}{3}\pi R^2 H - \pi r^2 h \\
&= \frac{1}{3}\pi(6)^2(12) - \pi(3)^2(6) \\
&= 144\pi - 54\pi \\
&= 90\pi
\end{aligned}
$$

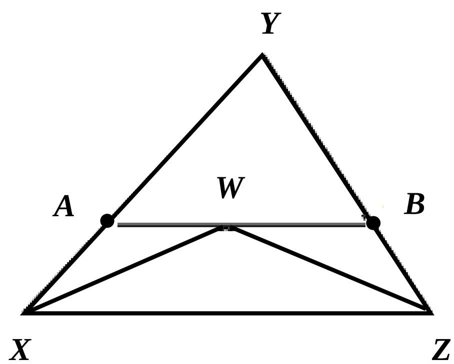
68. Encontrar un punto *A* sobre el lado *XY* y otro *B* sobre el lado *YZ* en el triángulo *XYZ* de tal manera que:

$$\overline{AB} = \overline{AX} + \overline{BZ}$$

La recta *AB* es paralela al lado *XZ*.



Solucion:



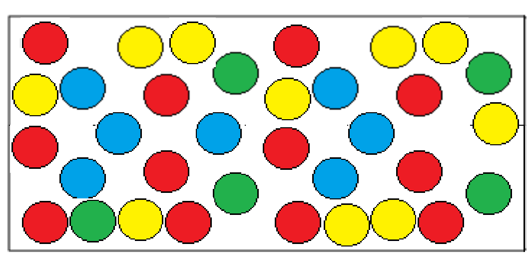
Se trazan las bisectrices *XW* y *ZW* de $\widehat{YXZ}$ y $\widehat{YZX}$, que se cortan en W, por donde se traza la paralela *AB* a *XZ*. Se tiene que *AX* = *AW*, *BZ* = *BW*, luego *AB* = *AX* + *BZ*

69. Contamos con una urna en donde se encuentran: 7 bolas azules, 12 bolas rojas, 10 bolas amarillas y 5 bolas verdes. Se van extrayendo bolas de la urna de una por una. Cuantas bolas se deben extraer de la urna para tener la certeza de tener:

I).- Dos bolas del mismo color.

II).- Una bola roja.

III).- Dos bolas rojas y tres bolas azules.



Solución:

I).- Son cuatro colores, en el peor de los casos se sacará una bola de cada color y en la quinta extracción se tendrían mínimamente dos bolas del mismo color (5 bolas).

II).- Una bola roja se tendría en el peor de los casos si se extraen todas las de los demás colores: 7 azules + 10 amarillas + 5 verdes = 22, y en la extracción 23 se sacaría una roja (23 bolas).

III).- Se sacan las 5 verdes + 10 amarillas y todas las rojas (12), ahí se tendría mínimamente 2 rojas y en las próximas 3 extracciones se tendrían las azules, por lo que el número mínimo de bolas es 30.

70. Tu papá es doctor y trabaja en un hospital. En la última semana han estado atendiendo a pacientes COVID. Se realizó una encuesta y se recabaron los siguientes datos en un periodo de una semana:

	Hombre	Mujer	Totales
Infectados	**43**	**28**	**71**
No infectados	**375**	**120**	**495**
Totales	**418**	**148**	**566**

Si llega el próximo paciente al consultorio de tu papá, que probabilidad hay que este paciente:

a).- No este infectado?
b).- Sea hombre infectado.
c).- Sea hombre infectado o mujer no infectada?
d).- No este infectado y sea mujer.

Solución:
a).- 495/566

b).- 43/566

c).- 163/566

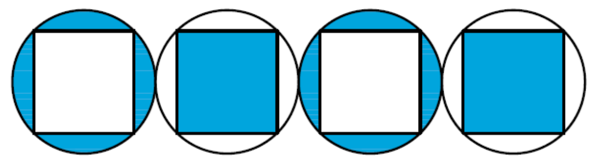
d).- 120/495

71. Silverio abre una cuenta de ahorro a su sobrina Lupita que va a entrar a la universidad, donde guarda lo que gana trabajando. La cuenta la apertura con 500 pesos y a partir del siguiente día decide iniciar los depósitos de la siguiente manera:
Cada día deposita 100 pesos en la cuenta.

Cada cuatro días retira 30 pesos para cargar saldo.
Cada 30 días el banco le cobra 10 pesos por manejo de cuenta.
¿Después de cuántos días habrá en la cuenta 33,380 pesos para comprarse una computadora y un celular nuevo?

72. Dado un rectángulo cualquiera, donde las medidas de sus lados son enteros de un dígito, llamemos A, a su área y P, a su perímetro. ¿Para qué rectángulos el área y el perímetro tienen el mismo valor?

73. Carlos realiza un dibujo geométrico en word siguiendo el patrón que se muestra en la imagen, con circunferencias de 1.5 cm. de radio y cuadrados inscritos en cada circunferencia. Carlos quiere que se llene una hoja tamaño carta de 8 x 11.5 pulgadas, alineados tanto horizontal como verticalmente, sin tomar en cuenta figuras incompletas. Calcula el área sombreada que se genera al imprimir una hoja, teniendo en cuenta que la impresora maneja un margen de 1 cm por lado. Considera π = 3.14 y una pulgada = 2.54 cm.



74. ¿Cuál es el total de números enteros positivos impares menores que 2023 que se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 4, 6, 7, 9? Considerando que se pueden repetir dígitos en un mismo número.

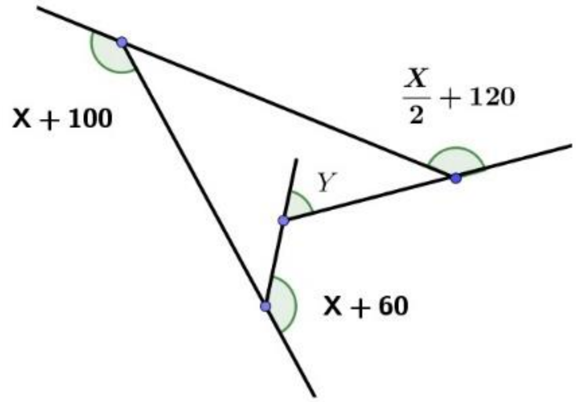
75. Pablo anotó en su libreta 11 números enteros consecutivos de menor a mayor, ordenados en fila, y los sumó en otra hoja. Su perro le rompió la hoja de los números y se la comió. El resultado marcaba 7865. ¿Cuáles fueron los números?

76. El tren G tarda 16 segundos en pasar completo frente a una señal X. Luego se cruza con el tren H, que va en dirección contraria. Los dos trenes se pasan por completo uno al otro en 18 segundos. Luego el tren H pasa completo frente a la misma señal X en 24 segundos. ¿Qué relación existe entre las longitudes de los trenes?

77. ABCD es un cuadrado con CD = 3 cm. AB se prolonga 1/3 de su longitud hasta E, de manera que quedan colineales A – B – E. Sea F el punto de intersección del segmento DE con CB. ¿Cúal es el valor del área del triángulo que se forma con los puntos AEF?

78. El número de la casa de Juan tiene tres dígitos; si se elimina el primer dígito a la izquierda, se obtiene el número de la casa de Pedro. Si se elimina el primer dígito a la izquierda del número de la casa de Pedro, se obtiene el número de la casa de Alicia. La suma de los números de las casas de Juan, Pedro y Alicia es 912. ¿Cuál es el segundo dígito del número de la casa de Juan?

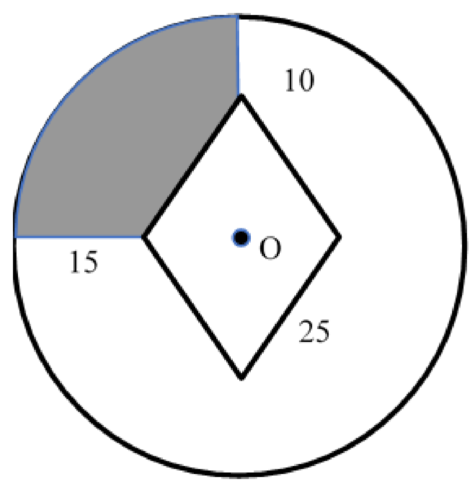
79. **Observa la siguiente figura. Considera que los tres ángulos exteriores marcados tienen la misma amplitud y determina el valor del ángulo "Y"**
Si consideras que no tiene solución, argumenta tu respuesta.



80. **Gabriela, la presidenta de la sociedad de alumnos, desea colocar a 12 de sus compañeros en una mesa circular, numerándolos del 1 al 12, donde los impares siempre son hombres y los pares siempre son mujeres. Quiere que la diferencia entre los números asignados a los alumnos sentados en los lugares consecutivos no supere las 2 unidades. ¿Cuál es el orden que cumple con la condición marcada por Gabriela?**

81. **Problema 5.- El celular de Alexa requiere un PIN de 4 dígitos para su celular, sin repetirlos. Quiere cambiar de PIN cada semana y tiene 17 años. ¿Cuántos años tendrá cuando utilice la última clave?**

82. **Dentro de la circunferencia con centro en O se dibuja un rombo que mide 25 cm. de lado. Las distancias entre la circunferencia y los vértices del rombo son de 10 cm. y 15 cm. respectivamente, como se muestra en la imagen. Calcula el valor del área sombreada.**



83. **Se tiene un cuadrado cuya área es 0.000025 x 10^6 y en él existe un círculo inscrito ¿cuál es el área de ese círculo?**

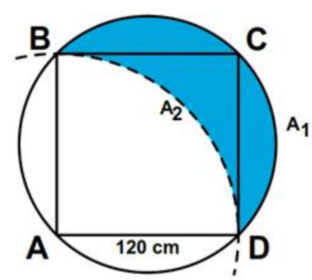
Respuesta: Dado que es un cuadrado con área igual a 25u^2 cada lado mide 5 cm que es el diámetro del circulo inscrito.
$\pi r^2 = \pi(2.5)^2 = \pi 6.25 = 3.14 * 6.25 = 19.62u^2$

84. **¿Cuántos números de cuatro cifras y menores que 2024 cumplen estas condiciones: son pares, son múltiplos de 3 y no son múltiplo de 5?**

Respuesta:

- Para ser un número de 4 cifras debe ser mayor o igual que 1000 y por las condiciones del problema menor que 2024.
- Los números que son pares terminan en 0, 2, 4, 6, u 8. Y los múltiplos de 3, sus dígitos deben sumar 3 o un múltiplo de 3. Pero si debe cumplir las dos condiciones basta con encontrar los múltiplos de 6.
- El primer múltiplo de 6 de 4 cifras es el 1002 porque es par y múltiplo de 3.
- Si analizamos a partir del 1002 al 2023, el último número antes del 2024 que cumple las condiciones es 2016.
- Entonces hay que buscar cuantos números hay del 1002 al 2016 que cumplen las condiciones de ser múltiplo de 6.
- 2016-1002 = 1014
- 1014 entre 6 = 169 números múltiplos de 6, más el uno que es el 1002 tenemos 170 números múltiplos de 6 del 1000 al 2023.
- Aquí están incluidos los múltiplos de 5; los múltiplos de 5 terminan en cero o en cinco. Y si cumplen las condiciones de ser múltiplos de 6 y 5 entonces son los múltiplos de 30. De aquí el primer múltiplo de 30 mayor que 1000 es el 1020 y ya tenemos que de la condición anterior es el último el 2016 ya debe ser menor que 2024 entonces tenemos.
- 2016- 1020 = 996 de aquí
- 996 entre 30 = 33 números múltiplos de 30 más el 1020 tenemos 34 números múltiplos de 30.
- Por último, de 170 múltiplos de 6 hay 34 que son múltiplos también de 5(de 30).
- 170-34 = 136 números que cumplen con las condiciones del problema.

85. **Llamamos A_1 a la circunferencia circunscrita al cuadrado ABCD de lado 120 cm, y A_2 a la circunferencia con centro en A y radio AB. ¿Cuánto mide, en cm², la luna determinada por ambas circunferencias? Llamamos luna al área de A_1 que queda fuera de A, considera que la medida del segmento AC =169.7 cm y $\pi = 3.14$**



Respuesta:

Área del cuadrado = 120*120=14400cm²

Áreas pequeñas = (3.14*84.85²)-120²=22606.5-14400=8206.5/4=2051.625 cm²

Área azul dentro del cuadrado= 120² – (3.14*120²)/4=3096cm²

Área pedida= 3096+2051.625*2=7199.25cm2

86. **¿Cuál es** el **valor de *x* si $4^{2024} + 4^{2024} = 2^x$?**

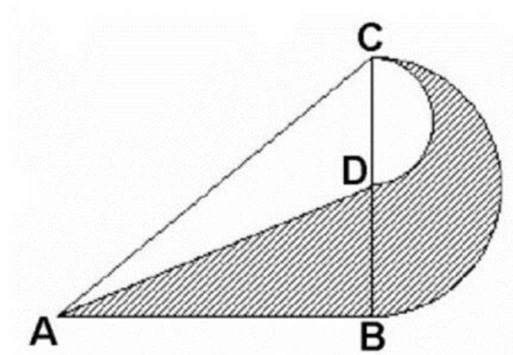
Respuesta: Hay que expresar todo en base 2. Es lo mismo $4^{2024}= 2^{4048}$ por que $4=2^2$ y por regla de exponentes estos se multiplican.
Entonces la expresión con base 2 es:
$2^{4048}+2^{4048}=2^x$,
Ahora, la suma de dos valores con la misma base es igual que multiplicar ese valor por 2, entonces $2^{4048}+2^{4048}=2*(2^{4048})=2^{4049}$, entonces x=4049.

87. Seis amigos (3 hombres y 3 mujeres) se quieren tomar una foto ¿De cuantas formas distintas se pueden ubicar si se quieren formar en línea y;
a) En cualquier ubicación?
b) Los 3 hombres juntos y también las mujeres juntas?

Respuesta: Se trata de una permutación porque si importa el orden y se considera a todos los elementos.
a) 6! = 720 maneras si no importa la ubicación 6.5.4.3.2.1

b) 2! . 3! . 3! = 72 maneras si deben sentarse juntos hombre y mujeres 6.2.1.3.2.1

88. En la figura, el triángulo ABC es rectángulo en B y tiene 50 cm^2 de área. D es el punto medio del segmento BC, el segmento AB = 12.5 cm y el segmento AD=13.12 cm. Los arcos BC y CD son semicircunferencias. ¿Cuál es el área y el perímetro de la zona sombreada? Considera $\pi = 3.14$



Respuesta:
A_{ABC}=50= (12.5XBC)/2
BC=100/12.5= 8 cm
BD=CD=4 cm
A_{ABD}=(12.5*4)/2=25cm^2
A_{scCD}=(3.14*2^2)/2=8.18 (8.19) ó 2π.
A_{scBC}=(3.14*4^2)/2=25.12 ó 8π.
$A_{sombreada}$=25+8π-2π=43.84cm^2
P_{scCD}=3.14*4/2=6.28 ó 2π
P_{scBC}=3.14*8/2=12.56 ó 4π
$P_{sombreado}$=12.5+13.12+4π+2π=44.46 cm

89. Lucia escribió un número natural N menor que 275, formado por tres dígitos cuya suma es 16. Ordenando los tres dígitos de todas las maneras posibles obtuvo seis números, de los cuales observó que sólo uno era un cuadrado perfecto. ¿Qué número fue el que escribió Lucia?

Respuesta: Los cuadrados perfectos de tres cifras son 102, 112,. . . , 312. Aquellos cuyas cifras suman 16 son 132 = 169, 142 = 196, 222 = 484, 232 = 529 y 312 = 961.

Permutando los dígitos de 484 no se puede obtener ningún número menor que 275. Como 132 = 169, 142 = 196 y 312 = 961 tienen los mismos dígitos, los dígitos del número de Lucia no pueden ser 1, 6 y 9. Sólo queda por considerar 232 = 529. El reordenamiento 259 es el único menor que 275, y por lo tanto es la respuesta

90. Para las elecciones del consejo escolar se designa una comisión formada por 3 miembros de cada grupo. El grupo A tiene 7 miembros, el B tiene 10 y el grupo C tiene 9. ¿Cuántas formas posibles existen para elegir la comisión?

Respuesta:
Como no importa el orden se trata de combinación.
Se calcula las combinaciones posibles para cada grupo.

Grupo A: ${}_7C_3$ = 7! / 3! . 4! = 7 . 6 . 5 . 4! / 3 . 2. . 1 . 4! = 35

Grupo B: ${}_{10}C_3$ = 10! / 3! . 7! = 10 . 9 . 8 . 7! / 3 . 2 . 1 . 7! = 120

Grupo C: ${}_9C_3$ = 9! / 3! . 6! = 9 . 8 . 7 . 6! / 3 . 2 . 1 6! = 84

- Se obtiene el total de combinaciones posibles para elegir la comisión.

${}_7C_3$. ${}_{10}C_3$. ${}_9C_3$ = 35 . 120 . 84 = 352 800 formas posibles de elegir la comisión

91. En una mesa hay 100 fichas que tienen forma circular o triangular y de colores azul, verde y rojo. Si se tiene que;

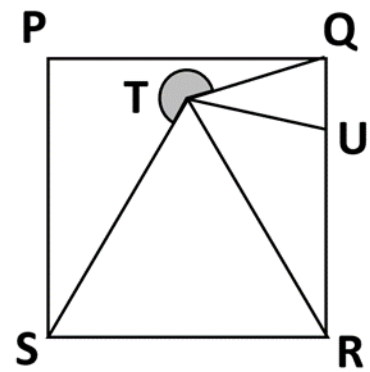
• Hay la misma cantidad de fichas azules que verdes. A = V
• De todas las fichas rojas, una tercera parte son circulares.
• Hay solo 10 fichas triangulares verdes.
• Todas las fichas azules son circulares.
• Hay 58 fichas triangulares.
¿Cuantas fichas azules hay?

Respuesta:

	CIRCULARES	TRIANGULARES
AZUL	14	0
VERDE	4	10
ROJO	1/3R= 24	2/3R = 48

Si tenemos 58 triangulares y solo hay verdes y rojas triangulares podemos obtener la cantidad de fichas rojas triangulares que son 48. Estas representan 2/3 del total de rojas entonces 1/3 de las rojas debe ser 24. La diferencia de las rojas con el total es la suma de las azules y las verdes (porque sus valores son iguales). Entonces A+V=28, Como son iguales ambos deben valer 14. La respuesta es 14 fichas azules.

92. En la figura, PQRS es un cuadrado y STR es un triángulo equilátero. Si U es un punto sobre el segmento QR, tal que TQ = TU, ¿Cuánto vale el ángulo STQ?



Respuesta:

Si STR es un triángulo equilátero sus ángulos miden 60°.

Como PQRS es un cuadrado, el ángulo TRQ mide 30°

Ahora dado que SR=TR=QR, el triángulo TQR es isósceles y su ángulo distinto mide 30° por lo que sus otros ángulos miden 75°.

Con estas cantidades obtenemos que el ángulo solicitado es 360-75-60=225°

93. Berenice escribió en su libreta los números 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12 y 16, calculó su promedio; después, tachó dos números de la lista y notó que el promedio era el mismo. ¿Cuál es el producto de los números que tachó Berenice?

Respuesta: Si sumamos los números y sacamos su promedio nos da Promedio=12. Si multiplicamos 12 x 6 nos da 72. Su diferencia es 24, hay que buscar dos de los números que sumen 24.

Los únicos números que cumplen son el 10 y 14.

R = 140.